

수학 기출 뽐내기

1. 2001 - 2025학년도 기출문제

- ① 2001 - 2008 : 기입형 / 서술형
- ② 2009 - 2012 : 1차 객관식 / 2차 논술형
- ③ 2013 - 2025 : 기입형 / 서술형

2. 연도별 기출문제

3. 해설로 정리하는 단권화

4. 「한 걸음 더」 제시를 통한 이론 / 각론 확장

1. 다음은 2015 개정 수학과 교육과정 5~6학년군 '분수의 나눗셈'단원의 교수 학습과 관련하여 지도 교사와 예비 교사들이 나눈 대화의 일부이다. 물음에 답하시오. [4점]

지도 교사: 오늘은 분수의 나눗셈 지도 방법을 이야기해 볼까요? 수업을 준비하다가 생긴 의문이나 어려운 점을 이야기해 보세요.

예비 교사A: 다음은 지도서에서 '분수의 나눗셈' 단원에 제시된 학습 계열의 일부입니다. '분수의 나눗셈' 단원에는 (자연수)÷(자연수)의 몫을 분수로 나타내는 활동이 있습니다. 이 활동에서 다루는 내용은 학생들이 이미 학습한 분수 개념과 어떠한 차이가 있나요?

	학습 내용
선수 학습	•분수의 개념 이해하기 •자연수의 나눗셈 계산 원리를 알아보고 계산하기
↓	
본 학습	• (자연수) ÷ (자연수)의 몫을 분수로 나타내기 • (분수)÷(자연수)의 계산 원리 알아보고 계산하기
↓	
후속 학습	• (분수) ÷ (분수)의 계산 원리 알아보고 계산하기 • (자연수)÷(분수)의 계산 원리 알아보고 계산하기

지도 교사: 이 단원의 목표 중 하나는 학생들이 ㉠자연수 범위에서의 나눗셈 알고리즘을 바탕으로, ㉡몫으로서 분수의 의미를 학습하는 것입니다. 이는 학생들이 분수를 처음 학습할 때 접하게 되는 ㉢전체에 대한 부분으로서 분수의 의미와 구별됩니다. 다음으로 학습 계열에 제시된 내용들이 서로 어떻게 연계되는지 알아보겠습니다.

예비 교사 B: 저는 (분수)÷(분수)의 계산을 다루는 교과서 내용을 살펴보았습니다. 교과서에서는 ㉣몫이 자연수가 되는 (분수)÷(분수)의 예를 먼저 다루고 있습니다. 이것은 학생들이 자연수의 나눗셈을 할 때 사용한 방법을 이용해서 분수의 나눗셈을 할 수 있도록 지도하기 위함인가요?

지도 교사: 그렇습니다. 학생들은 ㉤피제수에서 제수를 몇 번 빼면 0이 되는지 세어 보고, 그 횟수를 이용하는 방법으로 (분수)÷(분수)의 몫을 구할 수 있습니다

- 1) $9 \div 4$ 의 계산 결과를 나타내는 나눗셈식을 밑줄 친 ㉠과 ㉡을 이용하여 각각 쓰시오. [1점]

㉠ _____ ㉡ _____

- 2) $\frac{1}{5}$ 을 예로 들어, 밑줄 친 ㉢을 설명하시오. [1점]

- 3) ㉠ 1보다 작은 서로 다른 두 수를 이용하여 밑줄 친 ㉣을 쓰고,
㉡ 밑줄 친 ㉣을 이용하여 그 계산 과정과 결과를 쓰시오. [2점]

㉠ _____

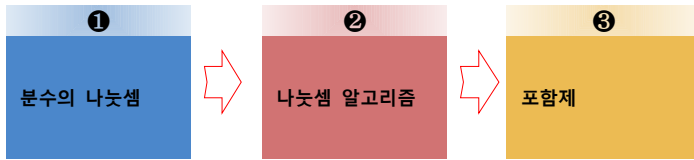
㉡ _____

1 ▶ 2025 수학

	정답 예시	배점
1)	$\textcircled{1} 9 \div 4 = 2 \dots 1$ $\textcircled{2} 9 \div 4 = \frac{9}{4}$	
2)	$\frac{1}{5}$ 은 전체 1을 똑같이 5부분으로 나눈 것 중의 하나이다.	1
3)	$\textcircled{1} \frac{4}{5} \div \frac{1}{5} = 4$ $\textcircled{2} \frac{4}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 0$ 이 되므로 피제수 $\frac{4}{5}$ 에서 제수인 $\frac{1}{5}$ 를 4번 빼면 0이므로 몫은 4이다.	2

위샘 Tip

[2025학년도 - B - 1번]



출제 포인트

(분수)÷(단위분수)
몫이 자연수인 (분수)÷(분수)
몫이 분수인 (분수)÷(분수)
몫으로서 분수
전체에 대한 부분으로서 분수

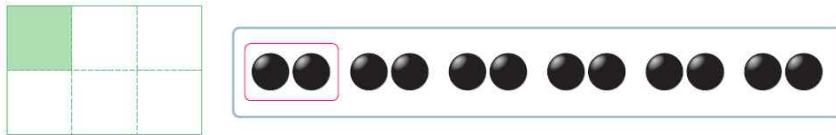
2025학년도 - B - 1번 1) 2) 3)

▶ 부분 - 전체로서의 분수

부분-전체의 의미는 전체를 똑같이 나눈 것 중 일부분의 크기를 나타내는 것으로, 분수 개념에서 가장 기초적이고 중요한 개념이다. 전체에 대한 부분을 분수 기호로 나타내는 능력은 연속량이나 이산량을 똑같은 크기의 부분이나 집합으로 나눌 수 있는 등분할 능력과 관련되고, 이것은 나중에 분수를 읽는 데 중요한 역할을 한다.

분수에서 전체를 똑같이 나누는 활동이 중요한 이유는 학생이 구체물, 반구체물을 2등분, 4등분, 8등분을 하는 과정에서 자연수에서 새로운 형태의 수로의 수 개념의 확장이 가능하기 때문이다. 이러한 부분-전체의 구조는 동분모 분수 크기 비교를 알게 하고 이분모 분수 크기 비교의 기초를 마련하게 된다.

연속량의 경우 사각형 1개를 6등분했을 때 그중 하나를 $\frac{1}{6}$ 로 나타내거나, 이산량의 경우 바둑돌 2개를 전체 12개의 $\frac{1}{6}$ 로 나타내는 것이 그 예이다.



▶ 몫으로서의 분수

몫으로서의 분수는 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$, $4 \div 5 = \frac{4}{5}$ 와 같이 자연수를 자연수로 나누었을 때의 몫으로 해석하는 것이다. 정수에서의 나눗셈은 피제수가 제수보다 작거나 피제수가 제수의 배수가 아닐 때는 나머지 없이 그 결과를 나타낼 수 없다. 이런 경우 몫으로 나타낼 수 있도록 확장시킨 것이 몫으로서의 분수이다.

분수는 한 수를 다른 수로 나누었을 때의 몫을 나타내기도 한다. 몫으로서의 분수는 두 가지 방식으로 해석될 수 있다. $\frac{3}{4}$ 의 경우 첫째로 나눗셈을 의미한다. 즉, $\frac{3}{4}$ 은 $3 \div 4$ 와 동치인 것으로 볼 수 있다. 둘째로 이러한 연산 수행의 결과인 단일 값을 의미하는데, 이를 분수로 $\frac{3}{4}$ 이라고 쓰는 것이다

▶ 비로서의 분수

측정 과정에서 분수는 단위(기준)에 대한 부분의 상대적인 크기를 나타내며, 이것을 비로서의 분수라고 할 수 있다. 등분할 상태를 나타낸 분수 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{4}$ 는 그 뜻이 다르지만, 두 양의 상대적인 크기를 나타내는 비의 의미에서는 같은 수를 나타낸다. 또, 서로 다른 크기에서도 전체에 대한 상대적인 크기가 $\frac{1}{2}$ 로 같다고 생각할 수 있을 때 비의 개념을 이해한다고 볼 수 있다. 따라서 분수의 본질적인 개념을 이해하기 위해서는 상대적인 크기를 나타내는 비의 의미를 이해해야 한다.

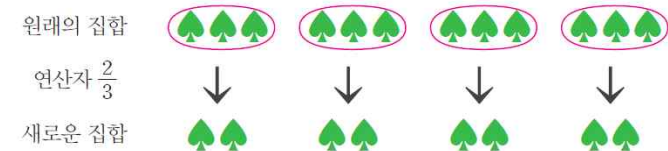
비는 두 양 사이의 관계를 표현하거나 측정 값이나 셈 값을 상대적으로 비교하는 것이다. 예를 들어, 2/15는 학생 15명당 성인 보호자 2명의 비율을 나타낼 수 있다. 또 남학생 3명, 여학생 5명이 있을 때 남학생과 여학생을 상대적으로 비교하여 여학생에 대한 남학생의 비율을 3/5으로 나타내거나 전체 학생 수에 대한 여학생의 비율을 5/8로 나타내는 것이 이에 해당한다

▶ 측정으로서의 분수

분수는 역사 발생적으로 보았을 때 배분 상황과 측정 상황에서 발생했다고 할 수 있다. 처음 주어진 양을 측정하기 위해서 이미 주어진 단위로 측정을 하고, 남은 부분을 나타내기 위해서 새로운 단위를 만들게 되어 원래의 단위와 나머지를 새로운 단위로 나타내면서 분수가 발생한 것이다. 즉, 연속적인 분할이 일어나는 측정으로 유리수를 사용하는 것이 측정으로서의 분수이다.

▶ 연산자로서의 분수

연산자로서의 분수는 도형을 $\frac{p}{q}$ 만큼 축소, 확대하거나 한 집합을 그 집합의 원소의 개수의 $\frac{p}{q}$ 배 한 다른 집합으로 줄이거나 늘이는 함수로서 $\frac{p}{q}$ 를 생각할 수 있다. 연산자로서의 의미를 이산량의 문제 상황에서 알아본다면 '♠ 12개의 $\frac{2}{3}$ 는 얼마인가?'에 해당한다. 여기에서 $\frac{2}{3}$ 라는 것은 '셋마다 둘' 또는 '셋에 대해 둘'을 의미한다. 따라서 원래 집합 원소의 수 3에 대해 새로운 집합 원소의 수 2를 만든다(최창우, 2019).



어떤 양을 a/b 만큼 확대하거나 축소하는 것을 의미한다. 이때 분수 자체가 연산자이며, 연산은 곱셈에 해당한다. 도형을 3/4만큼 확대하거나 3/4만큼 축소하는 것, 12 cm의 5/6에 해당하는 길이를 구하는 것 등이 이에 해당한다

▶ 자연수 범위에서의 나눗셈과 몫으로서의 분수: 몫의 의미

3학년에서 나눗셈은 서로 다른 두 가지 맥락에서 도입된다. 예를 들어 하나는 사과 8개를 2사람이 똑같이 나누어 가질 때 한 사람이 가지게 될 사과의 개수를 구하는 것처럼 '똑같이 나누어 가지는 양'을 구하는 맥락이다. 이와 같은 문제 유형을 **등분제**라고 한다. 다른 하나는 사과 8개를 한 봉지에 똑같이 2개씩 나누어 담는다면 몇 봉지에 담을 수 있는지를 구하는 것과 같이 '똑같이 묶었을 때의 묶음 수 혹은 똑같이 덜어 냈을 때의 횟수'를 구하는 맥락이 있다. 이와 같은 문제 유형을 **포함제**라고 한다. **이 두 유형의 문제는 동일하게 나눗셈식으로 표현되나 등분제는 분배하는 활동으로, 포함제는 묶거나 덜어 내는 활동으로 해결하는 문제이다.** 이처럼 나눗셈을 도입한 후 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이해하게 되면 등분제와 포함제 모두 문제의 맥락과는 상관없이 곱셈구구를 이용한 나눗셈 방법으로 몫을 구하게 된다.

이와 같은 두 가지 맥락 중 등분제 상황은 우리가 일상생활에서 사용하는 '몫'이라는 표현과 잘 연결된다. 사전적 의미로 '몫'은 한 사람에게 돌아가는 양이다. 그러나 수학에서의 몫의 정의는 이것보다 넓은 의미로 사용된다. 등분제 맥락뿐만 아니라 포함제 맥락을 포함하여 나눗셈을 한 결과를 모두 몫이라 부른다. 이처럼 일상적으로 사용될 때의 '몫'과 수학적 용어로 사용될 때의 '몫'의 의미에 차이가 있으며 이 때문에 학생들이 나눗셈을 이해하는 데 어려움을 겪을 수 있다.

자연수의 나눗셈에서 분수의 나눗셈으로 확장하는 과정에서 '몫'의 의미는 좀 더 복잡해진다. **3학년 1학기에서 나눗셈을 처음 학습할 때 나누어떨어지는 경우만을 다루지만, 3학년 2학기에서는 $19 \div 5$ 와 같이 나누어떨어지지 않는 경우를 다루며 여기에서는 몫을 3, 나머지를 4로 설명한다. 그런데 6학년 1학기에서는 $19 \div 5$ 의 몫을 $\frac{19}{5}$ 로 표현한다.**

학생들의 입장에서 3학년에서 몫을 구하라고 하면 3이라고 답하였다가 6학년에서는 몫을 구하라고 하면 $\frac{19}{5}$ 라고 답해야 하는 혼란스러운 상황이 발생하는 것이다.

게다가 앞서 살펴본 몫의 일상적인 의미와 연결해서 생각해 보면 좀 더 복잡한 상황이 된다.

19개의 사과를 5명이 똑같이 나누어 가지면 한 사람이 가지게 되는 몫이 3개이고 남은 사과가 4개가 된다. 이런 일상적인 맥락에서 $19 \div 5$ 의 몫을 3이라고 말하는 것이 자연스럽다. 그렇다면 보니, 6학년에서 $19 \div 5$ 의 몫을 $\frac{19}{5}$ 라고 답하는 것이 학생들에게는 부자연스러울 수밖에 없다.

위에서 살펴본 점을 고려하여 6학년에서 몫으로서의 분수를 도입할 때는 다음의 두 가지 사항에 유의해서 지도해야 한다.

먼저, 몫이라는 표현에는 일상적인 의미와 수학적 의미가 있다는 것을 설명해 줄 필요가 있고 수학에서는 나눗셈의 결과를 몫이라고 한다는 점을 명확하게 지도해 주어야 한다.

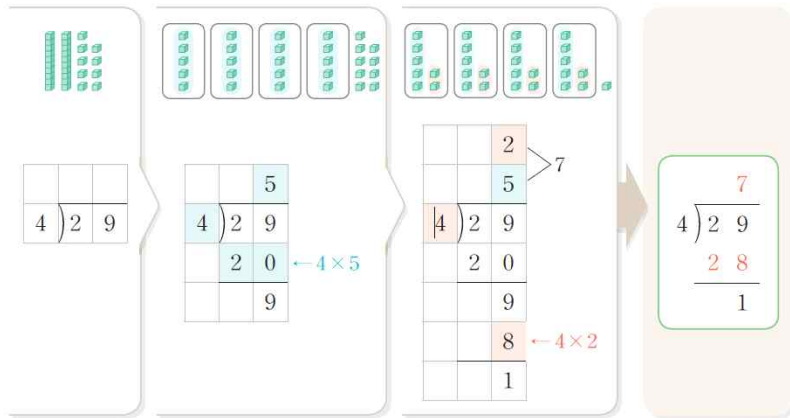
다음으로 4학년 때까지 자연수 범위에서 나눗셈을 할 때는 나눗셈의 결과인 몫을 자연수 범위에서 구하였지만, 분수와 소수를 학습한 6학년 이후에는 나눗셈의 결과인 몫을 분수나 소수로 표현하게 된다는 것에 유의하도록 지도할 필요가 있다. **$4 \div 3$ 의 경우 몫을 분수로 구하면 $\frac{4}{3}$ 이고, 자연수 범위에서 몫을 구하면 1, 소수 첫째 자리까지 몫을 구하면 1.3, 소수 둘째 자리까지 몫을 구하면 1.33, ... 등과 같이 나눗셈의 결과인 몫을 구하는 수의 범위에 따라 다양하게 나타낼 수 있다는 것을 학생들이 이해할 수 있게 지도하여야 한다.**

▶ 나눗셈의 계산 원리 지도

나눗셈 알고리즘은 등분제(분배) 상황의 나눗셈과 포함제(측정) 상황의 나눗셈으로 구분하여 이해할 수 있다.

가. 등분제

등분제 상황의 나눗셈은 주어진 양을 정해진 수의 대상에게 똑같이 나누어 줄 때 얼마만큼씩 나누어 줄 수 있는지 구하는 것이다. 예를 들어 딱지 29장을 4명에게 똑같이 나누어 주는 상황에서 $29 \div 4$ 를 수 모형을 사용하여 다음과 같이 형식화할 수 있다.



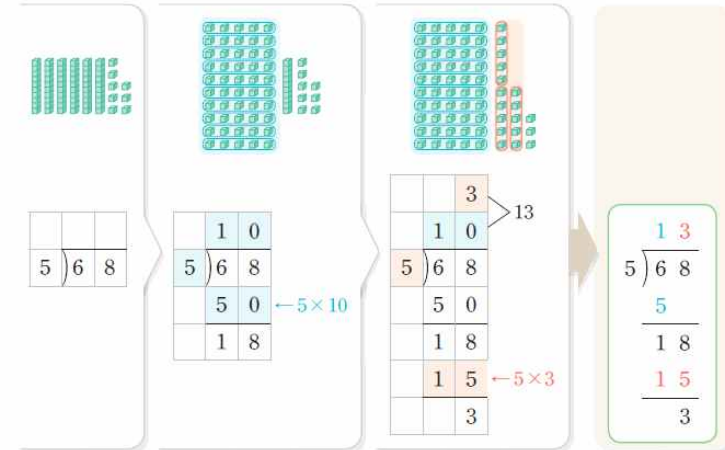
먼저 4명에게 5개씩 나누어 주고, 나머지 9개를 다시 2개씩 나누어 준다. 이때 나누어지는 수가 크면 다음과 같이 여러 단계에 걸쳐서 나누어 줄 수도 있다. 예를 들어 $108 \div 4$ 는 108개를 4명에게 똑같이 나누어 주는 상황으로 이해할 수 있다. 먼저 4명에게 10개씩 나누어 주고, 나머지 8개를 다시 4명에게 10개씩 나누어 주면 28개가 남으므로 7개씩 나누어 주는 것이다. 이를 세로 셈으로 나타내면 아래와 같이 쓸 수 있다. 왼쪽은 부분 몫을 몫의 자리에 위로 쓰는 방식이고 오른쪽은 부분 몫을 옆에 쓰는 방식이다. 세로 셈에서 학생들이 몫을 한 번에 구하는 것을 어려워하면 이러한 방식을 사용할 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 4 \overline{) 108} \\
 \underline{40} \\
 68 \\
 \underline{40} \\
 28 \\
 \underline{28} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 27 \\
 4 \overline{) 108} \\
 \underline{40} \leftarrow 10 \times 4 \\
 68 \\
 \underline{40} \leftarrow 10 \times 4 \\
 28 \\
 \underline{28} \leftarrow 7 \times 4 \\
 0
 \end{array}$$

이때 4명에게 10개씩 나누어 주는 것의 부분 몫은 10×4 로 표현하는 것이 자연스럽게 학생들에게 혼란을 피하기 위해 교과서에서는 4×10 으로 나타내었다.

나. 포함제

포함제 상황의 나눗셈은 주어진 양을 일정한 양씩 나누어 줄 때 얼마만큼의 대상에게 나누어 줄 수 있는지 구하는 것이다. 주어진 양을 단위로 생각하면 한 단위가 몇 번 들어가는지 구하는 측정 상황이라고 할 수 있다. 예를 들어 과자 68개를 한 봉지에 5개씩 담는 상황에서 $68 \div 5$ 를 수 모형을 사용하여 다음과 같이 형식화할 수 있다.



먼저 50개를 5개씩 담아 10봉지를 만들고, 나머지 18개 중에서 5개씩 3봉지를 더 만든다. 이는 다음과 같이 확장될 수 있다. 예를 들어 $523 \div 8$ 에서 먼저 520에 8이 몇 번 들어가는지 알아본다. 이때 520을 52로 생각하고, 52에는 8이 최대 6번 들어가므로 6을 몫의 자리에 쓴다. 여기서 52는 실제로 520을 의미하므로 6은 60에 해당한다. 따라서 몫의 십의 자리에 6을 써야 한다. $52 - 48 = 4$ 이고 여기서 4는 실제로 40을 의미하므로 나누어지는 수의 일의 자리의 수인 3을 함께 써서 43을 쓴다. 43에는 8이 5번 들어가므로 5를 몫의 일의 자리에 쓴다.

$$\begin{array}{r}
 6 \\
 8 \overline{) 523} \\
 \underline{48} \\
 43
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 65 \\
 8 \overline{) 523} \\
 \underline{48} \\
 43 \\
 \underline{40} \\
 3
 \end{array}$$

2. (가)는 2015 개정 수학과 교육과정 5~6학년군 '비례식과 비례배분' 단원의 지도를 위한 활동지의 일부이고, (나)는 '비례식과 비례배분' 단원의 지도에 대해 지도 교사와 예비 교사들이 나눈 대화의 일부이다. 물음에 답하시오. [3점]

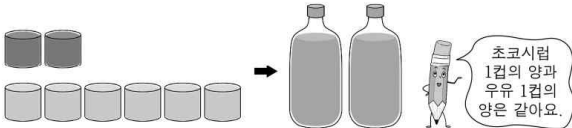
(가)

수학 활동지

학년	반	이름	
----	---	----	--

초코시럽 2컵과 우유 6컵으로 초코우유 2병을 만들었습니다.
물음에 답해 보세요.

① 초코우유 2병을 만드는 데 사용한 우유의 양에 대한 초코시럽의 양의 비를 쓰고, 그 비율을 구해 보세요.



초코시럽 1컵의 양과 우유 1컵의 양은 같아요.

② ①에서 구한 비의 전항과 후항에 같은 수를 곱하고 각각의 비율을 구해 ①에서 구한 비율과 비교해 보세요.

$\times 2 \left(\frac{2}{4} : \frac{6}{12} \right) \times 2$

$\times \frac{1}{2} \left(\frac{2}{2} : \frac{6}{3} \right) \times \frac{1}{2}$

0을 곱하면 어떻게 될까요?

$\times 1.5 \left(\frac{2}{6} : \frac{6}{9} \right) \times 1.5$

$\times \left(\frac{2}{3} : \frac{6}{4.5} \right) \times$

③ ①, ②에서 비율을 비교하고 알게 된 점을 말해 보세요

(나)

지도 교사: 오늘은 【문제1】을 해결하기 위해 학생들이 만든 비례식에 대해 이야기해 보겠습니다.

【문제1】 3시간 동안 15개의 장난감을 만드는 로봇이 있습니다. 이 로봇이 45개의 장난감을 만드는 데 걸리는 시간을 구하세요.

예비 교사A: 학생들이 【문제1】을 해결하기 위해 만든 비례식은 다양했습니다.

지도 교사: 로봇이 장난감을 만드는 데 걸리는 시간이 2배, 3배, 4배, ...가 될 때 로봇이 만든 장난감의 수도 2배, 3배, 4배, ...와 같이 함께 변하는 것에 주목하여 비례식을 만들 수 있습니다. 또는 로봇이 장난감을 만드는 데 걸리는 시간과 로봇이 만든 장난감의 수의 비가 항상 일정하다는 것에 주목하여 비례식을 만들 수도 있습니다. 학생들이 만든 비례식 중 문제 해결에 적합한 비례식에는 어떤 것이 있었나요?

예비 교사B: ①같은 단위의 두 양을 비교하여 나타낸 비로 이루어진 비례식이 있었습니다.

예비 교사C: 다른 단위의 두 양을 비교하여 나타낸 비로 이루어진 비례식도 있었습니다.

... (중략) ...

예비 교사B: 비례배분에 대한 학습을 마친 후 비례배분 활용을 위해 【문제2】를 이용하려고 합니다

【문제2】 진수가 어제 걸은 걸음의 수와 오늘 걸은 걸음의 수는 모두 5400걸음입니다. 진수가 오늘 걸은 걸음의 수가 어제 걸은 걸음의 수의 1.7배일 때, 진수가 오늘 걸은 걸음의 수를 구하세요.

지도 교사: 【문제2】에서는 전체 걸음 수를 배분하는 데 필요한 비가 직접적으로 제시되지 않아 학생들이 문제를 해결하는 데 어려움을 겪을 수 있습니다.

... (하략) ...

1) (가)의 밑줄 친 ①을 '전항'과 '후항'을 모두 사용하여 쓰시오. [1점]

2) (나)의 밑줄 친 ①에 해당하는 비례식과 그 비례식에 포함된 비의 비율을 각각 쓰시오. [1점]

3) (나)의 【문제2】를 비례배분 활용을 위한 수업에서 활용할 때, 학생들에게 제시할 수 있는 【문제2】의 옳은 풀이 과정과 답을 쓰시오. [1점]

2 ▶ 2025 수학

	정답 예시	배점
1)	비의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하여도 비율은 같다.	1
2)	$3:\square = 15:45$ / $\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{15}{45}$	1
3)	진수가 오늘 걸은 걸음의 수가 어제 걸은 걸음의 수의 1.7배일 때, 비는 1:1.7로 나타낼 수 있다. 5400걸음을 1:1.7의 비로 비례배분하면 $5400 \times \frac{1.7}{1+1.7} = 3400$ 걸음이다	1

위샘 Tip

[2025학년도 - B - 2번]

출제 포인트

①
비와 비율

②
비례식
같은 양의 비교와
다른 양의 비교

③
비례 배분

비의 성질

비례식의 성질

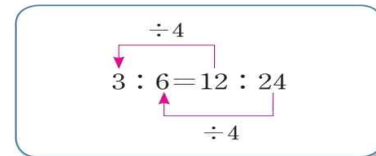
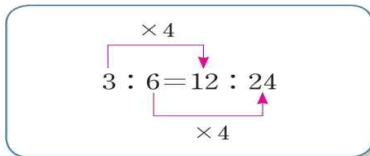
내적비

외적비

비례 추론

2025학년도 - B - 2번 1) 2)

① 비의 성질



위 식을 일반화하면 $a:b$ 에서 a 를 전항, b 를 후항이라 하고, 다음과 같은 비의 성질을 얻을 수 있다.

- 비의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하여도 비율은 같다.
- 비의 전항과 후항을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 비율은 같다.

② 비례식의 성질

비례식 $3:6=12:24$ 는 $\frac{3}{6} = \frac{12}{24}$ 로 고칠 수 있다. 이때

$$\frac{3}{6} \times \frac{12}{24} = \frac{3 \times 12}{6 \times 24} = 1, \quad 3 \times 24 = 6 \times 12$$

이므로 오른쪽과 같이 나타낼 수 있다.

일반화하면 비례식 $a:b=c:d$ 에서 a, d 를 외항, b, c 를 내항이라 하고, 다음과 같은 비례식의 성질을 얻을 수 있다.

비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같다.

$$\begin{array}{c} 3 \times 24 \\ 3 : 6 = 12 : 24 \\ 6 \times 12 \end{array}$$

$$3 \times 24 = 6 \times 12$$

③ 같은 양의 비교와 다른 양의 비교

비율은 두 양을 비교하는 데서 발생한다. 분수를 도입할 때는 같은 종류의 양을 전체와 부분으로 나누어 비교하므로 같은 양을 비교하게 된다. 8등분한 피자 한 판 중 1조각을 $\frac{1}{8}$ 로 나타낼 때는 8조각과 1조각이 둘 다 같은 종류의 양을 비교하는 것이 된다.

'4 kg에 20000원'과 같은 경우는 다른 종류의 양을 비교하는 상황이다. 전자를 **내적비**, 후자를 **외적비**라 부르는데 외적비를 내적비보다 학생들이 어려워한다.

2025학년도 - B - 2번 3)

① 비례배분

c 를 $a:b$ 로 비례배분한다고 할 때, $c \times \frac{a}{a+b}$ 와 $c \times \frac{b}{a+b}$ 로 비례배분 할 수 있다.

즉, 비례배분하는 방법은 다음과 같이 명문화된다.

비례배분할 때에는 주어진 비의 전항과 후항의 합을 분모로 하는 분수의 비율로 곱해서 계산하면 편리하다.

② 비례배분의 예

비례배분은 '전체를 주어진 비로 나누는 것' 또는 '전체를 주어진 비로 배분하는 것'으로 정의할 수 있다. 다음 비례배분 문제를 살펴보자

서연이와 정민이는 마법 사탕 20개를 2:3으로 나누어 가지려고 합니다.



• 사탕 20개를 2:3으로 어떻게 나눌 수 있을지 생각해 보세요.

위 문제는 다음과 같이 풀 수 있다.

사탕 20개를 2:3으로 나누어 가지려면 사탕 20개를 2+3=5인 5묶음으로 나눈다.

사탕 20개를 5묶음으로 나누면 한 묶음에는 4개씩 들어가므로 2묶음에는 사탕 4×2=8(개), 3묶음에는 4×3=12(개)가 들어간다. 따라서 서연이는 사탕 8개, 정민이는 사탕 12개를 가질 수 있다.

이와 같이 어떤 양을 특정 비에 따라 나누어 배분하는 것이 비례배분이다.

3. 다음은 2022 개정 수학과 교육과정 ‘도형과 측정’ 영역의 교수 학습 활동에 대해 지도 교사와 예비 교사들이 나눈 대화의 일부이다. 물음에 답하시오. [4점]

예비 교사A: 저는 1~2학년군 ‘평면도형과 그 구성 요소’ 중 사각형의 의미를 이해하고 그 특징을 설명해 보는 차시를 계획했습니다.

단계	교수 · 학습 활동
도입	·그림에서 □ 모양 살펴보기 ·사각형 알아보기
전개	·<활동 1> 생활 주변이나 그림에서 □ 모양을 찾고 사각형의 의미와 구성 요소 알기 ·<활동 2> 도형판에 여러 가지 사각형을 만들고 공통점을 찾아 말하기 ·사각형을 다양한 방법으로 그려 보기 ·<활동 3> 점판, 모눈종이, 모양 자 중 1가지를 이용하여 사각형 그려 보기
정리	·주변에서 사각형 찾아보기

예비 교사B: <활동 2>에서 사각형의 공통점을 “㉠”곧은 선과 뾰족한 곳이 있다.”라고 말하는 학생이 있으면 어떻게 지도해야 할까요?

지도 교사: 교사는 학생들이 사각형의 공통점을 말할 때, 비형식적인 일상용어 대신 ㉠<활동 1>에서 지도한 용어를 사용하고, ㉡각 구성 요소의 개수가 몇 개인지 찾아 말하도록 지도하는 것이 중요합니다.

... (중략) ...

예비 교사B: 저는 3~4학년군 ‘여러 가지 사각형’ 중 평행사변형을 이해하고 그 성질을 탐구하는 수업을 계획했습니다. 평행사변형에 대해 알게 된 점을 발표해 보는 활동을 위해 학생들의 예상 반응을 <보기>와 같이 정리해 보았습니다

<보기>

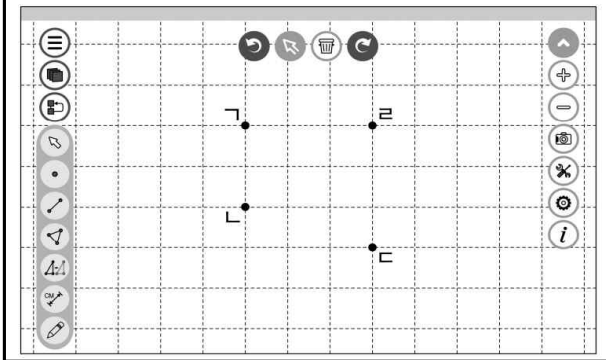
- 예상 1. 평행사변형은 마주 보는 두 각의 크기가 같아요.
예상 2. 두 쌍의 변의 길이가 같은 사각형은 평행사변형이에요.
예상 3. 평행사변형은 이웃한 두 각의 크기의 합이 180°예요.
예상 4. 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형은 평행사변형이에요.

지도 교사: (㉠)에는 수학적 오류가 있습니다. 그 이유는 (㉡) 때문입니다. 학생들은 (㉢)과/와 같이 수학적 사실을 부정확하게 이해할 수 있습니다. 따라서 교사는 수업 전에 학생들의 다양한 반응을 예상해 보고, 그에 대한 지도 방안을 계획하는 것이 중요합니다.

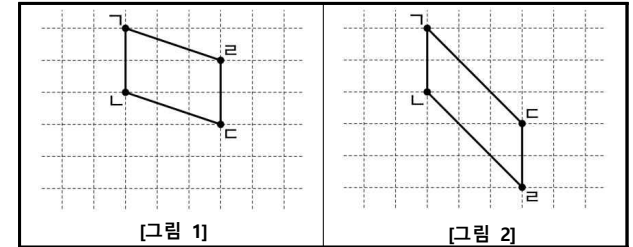
... (중략) ...

예비 교사B: 평행사변형의 의미와 성질을 활용할 수 있는 【문제】를 만들었습니다. 학생들의 디지털 소양 함양을 위하여 공학 도구를 이용하여 해결할 수 있도록 구성해 보았습니다

【문제】 점 ㉠, 점 ㉡, 점 ㉢, 점 ㉣ 중 한 점의 위치를 옮겨 평행사변형을 만들어 보세요.



예비 교사A: 좋은 문제인 것 같습니다. 예를 들어, [그림 1],[그림 2]와 같이 점 ㉡의 위치를 옮겨 평행사변형을 만들 수 있겠네요.



지도 교사: 공학 도구를 이용하면 학생들이 다양한 위치로 점을 옮겨 보며 쉽게 평행사변형을 만들어 볼 수 있겠군요.

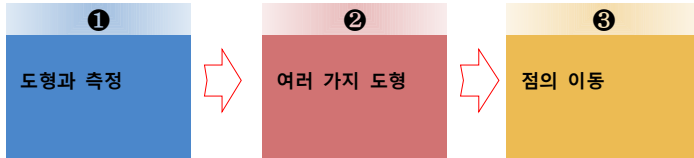
- 1) 밑줄 친 ㉠과 ㉡을 이용하여 밑줄 친 ㉢을 고쳐 쓰시오. [1점]
- 2) ㉠ <보기>의 예상 반응 중 괄호 안의 ㉢에 공통으로 들어갈 것을 1가지 찾아 쓰고, ㉡ 괄호 안의 ㉢에 들어갈 이유를 쓰시오. [2점]
- 3) 문제에서 학생들이 평행사변형을 만들기 위하여 점을 옮길 수 있는 경우의 수는 [그림 1]과 [그림 2]를 포함하여 모두 몇 가지인지 쓰시오. [1점]

3 ▶ 2025 수학

	정답 예시	배점
1)	4개의 변과 4개의 꼭짓점이 있다.	1
2)	㉠ 예상 2. 두 쌍의 변의 길이가 같은 사각형은 평행사변형이에요. ㉡ 평행사변형은 마주 보는 두 변의 길이가 같기	2
3)	12가지	1

위샘 Tip

[2025학년도 - B - 3번]



출제 포인트
사각형 구성 요소
변 또는 꼭짓점의 개수
수학적 오류
평행사변형의 성질
평행사변형 만들기
점의 이동

2025학년도 - B - 3번 1) 여러 가지 도형

❶ 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 도형들을 보고 같은 점과 다른 점을 바탕으로 분류하게 하고, **예시적 정의**와 도형의 특징에 대해 관련 짓는 직관적인 경험을 하게 한다.
- '두 점을 곧게 이은 선을 선분이라고 한다.'라는 선분의 정의가 3~4학년군으로 옮겨 감에 따라 **1~2학년군에서는 선분이라는 용어를 이용하지 않고** 직관적으로 이해할 수 있도록 삼각형과 사각형을 정의하여 지도한다.
- 삼각형, 사각형, 원은 **예인 것과 예가 아닌 것을 인식하고 분류**하는 활동으로 직관적으로 이해하게 한다.
- 삼각형과 사각형에 대한 **직관적 이해로 도형의 이름과 변 또는 꼭짓점의 개수와의 관계**를 파악하게 한다.
- 삼각형과 사각형으로 이루어진 칠교판을 이해하고, 여러 가지 칠교 조각으로 삼각형과 사각형을 만들어 보는 활동에서 평면도형의 공간 감각을 기를 수 있도록 한다.
- 쌓기나무를 이용한 모양 만들기, 칠교판을 이용한 모양 채우기나 꾸미기로 도형에 대한 공간감각을 기르게 한다.
- 입체도형의 모양과 평면도형의 모양을 이용한 모양 만들기나 꾸미기의 주제는 학생들에게 친근한 소재인 동물, 탈 것, 건물 등으로 다양하게 제시한다.
- 쌓기나무를 똑같은 모양과 여러 가지 모양을 쌓아 보게 하고 쌓기나무로 만든 입체도형을 **'~의 앞', '~의 오른쪽', '~의 위', '2층'** 등 다양한 표현을 이용하여 설명할 수 있도록 지도한다.
- 실생활에서 도형을 구별하고 인식하는 활동과 도형을 이용하여 사물을 만들거나 꾸미고 설명하는 활동에서 **수학의 유용성**을 깨닫고 수학에 흥미를 가질 수 있도록 지도한다.
- 도형과 측정 영역의 문제 상황에 적합한 문제해결 전략을 지도하여 문제해결 역량을 기르게 한다.

❶ □모양을 알아봅시다.

- 모양을 찾아 투명 종이에 그려 보세요.
- 그려 본 □모양의 같은 점을 이야기해 보세요.

그림과 같은 모양의 도형을 **사각형**이라고 합니다.



지도상 유의점

- 사각형인 것과 사각형이 아닌 것을 구분하는 활동을 통해서 사각형의 속성(**4개의 변과 꼭짓점**)을 통해 사각형을 자신의 말로 정의 내리도록 지도한다

2025학년도 - B - 3번 2)

	평행사변형	마름모
평행한 변	두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행하다.*	두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행하다.
수직인 변		
각의 크기	마주 보는 두 각의 크기가 같다	마주 보는 두 각의 크기가 같다
변의 길이	마주 보는 두 변의 길이가 같다.	네 변의 길이가 모두 같다.
대각선의 관계	두 대각선은 서로 이등분한다.	- 두 대각선은 서로 이등분한다. - 두 대각선 서로 수직이다
선대칭		선대칭도형이다. (대칭축은 2개이다.)
점대칭	점 O를 대칭의 중심으로 하는 점대칭도형이다.	점 O를 대칭의 중심으로 하는 점대칭도형이다.

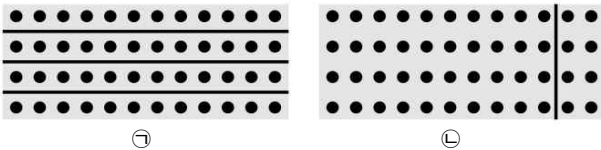
(표에서 *로 표시한 것은 그 도형의 정의로 사용하는 것이다.)

1. (가)는 [문제]와 관련하여 교사 협의회에서 교사들이 나눈 대화의 일부이고, (나)는 분수의 곱셈과 나눗셈에 관련하여 지도 교수와 예비 교사가 나눈 대화이다. 물음에 답하시오. [4점]

(가)

김 교사: 곱셈 문제를 해결하는 과정에서 수 분할 전략, 뛰어 세기 전략 등이 나타납니다. 다음 문제를 통해 12×4 를 해결하는 과정에서 학생들이 만든 수 분할 전략을 알아볼까요?

[문제] 과자가 12개씩 4상자 있습니다. 과자는 모두 몇 개 입니까



[그림 1]

최 교사: 학생들이 배열 모델을 이용해서 만든 수 분할 전략에는 [그림 1]과 같은 방법들이 있네요. 이러한 방법들을 다른 전략 또는 자연수 곱셈의 알고리즘 등과 연결 지어 보는 것은 자연수의 곱셈을 이해하는 데 도움이 될 것 같습니다.

... (하락) ...

(나)

지도 교수: 이번 시간에는 분수의 곱셈과 나눗셈에 대하여 알아보시다. 분수의 곱셈은 분모는 분모끼리 곱하고 분자는 분자끼리 곱하여 계산합니다. 그렇다면, ㉠ 분수의 나눗셈도 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \div c}{b \div d}$ 와 같이 분모는 분모끼리 나누고 분자는 분자끼리 나누어 계산할 수 있나요?

예비 교사: (㉠)

지도 교수: 이처럼 분수의 곱셈과 나눗셈에서 두 연산의 계산 원리를 살펴보는 것은 중요합니다. 또 계산에서 문제 만들기도 중요합니다. 학생들은 문제 만들기를 통해 계산의 의미와 원리를 이해하고, 일상생활 속에서 이를 더 잘 적용할 수 있습니다. 그럼 이번에는 분수 나눗셈식 $\frac{5}{7} \div \frac{3}{8}$ 에 알맞은 문제를 만들어 볼까요?

예비 교사: '빨간색 리본의 길이는 $\frac{5}{7}$ m이고, 파란색 리본의 길이의 $\frac{3}{8}$ 배입니다. 파란색 리본의 길이는 몇 m 입니까?'로 만들어 보았습니다.

지도 교수: 네, 잘 만들었습니다. 이 문제는 나눗셈식 $\frac{5}{7} \div \frac{3}{8}$ 에 알맞은 문제라고 할 수 있습니다. 그 이유는 (㉠) 때문입니다. 이처럼 문제 만들기를 통해서 ㉠분수의 곱셈과 나눗셈의 관계를 알 수 있습니다.

- 1) ㉠ [문제]의 과자의 개수를 구하는 과정을 ㉠을 고려하여 뛰어 세기로 나타내고, ㉡ ㉠의 방법을 자연수 곱셈의 세로셈 알고리즘과 관련하여 설명하시오. [2점]

- 2) ㉡의 답과 그 이유를 포함하여 ㉡에 들어갈 말을 쓰시오. [1점]

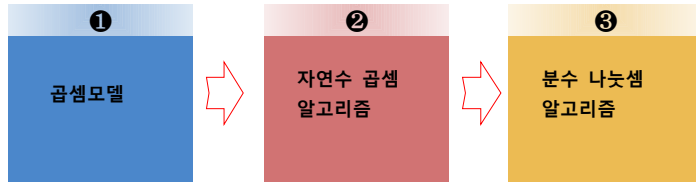
- 3) ㉡을 고려하여 ㉡에 들어갈 말을 쓰시오. [1점]

1 ▶ 2024 수학

	정답 예시	배점
1)	① 12씩 뛰어 세기를 하면 12, 24, 36, 48이므로 과자가 모두 48개이다. ② 부분 곱 알고리즘으로 계산할 때에는 두 부분 곱을 곱하고 이를 더해야 하므로 세 줄이 필요합니다. 이를 한 줄로 압축하여 계산하는 것이 표준 알고리즘입니다. 따라서 먼저 부분 곱 알고리즘에 익숙해지도록 2씩 4묶음과 10개씩 4묶음을 더해서 48을 지도한다. 세로셈은 일의 자리 수를 기준으로 자리를 맞추는 것에 유의하도록 지도한다. ☞ 유의 사항 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리 함. 가능하다. 분수의 곱셈은 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱하기 때문에 나눗셈에서도 분모끼리 나누고, 분자끼리 나누면 된다고 유추하는 것이다. 아래에서 보는 것처럼 $\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2 \times 7}{4 \times 2 \times 7} \div \frac{2}{7}$ $= \frac{3 \times 2 \times 7 \div 2}{4 \times 2 \times 7 \div 7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2}$ 이 되어, 제수의 역수를 곱하는 결과가 된다. ☞ 유의 사항 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리 함.	2
2)	$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2 \times 7}{4 \times 2 \times 7} \div \frac{2}{7}$ $= \frac{3 \times 2 \times 7 \div 2}{4 \times 2 \times 7 \div 7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2}$ 이 되어, 제수의 역수를 곱하는 결과가 된다. ☞ 유의 사항 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리 함.	1
3)	문제에서 (파란색 리본의 길이) $\times \frac{3}{8} = \frac{5}{7}$ 이므로 $\frac{5}{7} \div \frac{3}{8}$ 으로 바꾸어 생각할 수 있기	1

위샘 Tip

[2024학년도 - B - 1번]



출제 포인트
배열 모델
수 분할 전략
뛰어 세기 전략
부분 곱 알고리즘
분수의 곱셈에서 유추
곱셈의 역 모델

2024학년도 - B - 1번 1) 곱셈 계산 원리 지도

가. 곱셈의 여러 가지 전략

곱셈에 대한 표준 알고리즘으로 나아가기 전에 학생들은 다양한 전략을 사용할 수 있다. 예를 들어 12개씩 들어 있는 초콜릿팩이 3상자에 들어 있는 초콜릿팩의 수를 구하는 상황에서 학생들은 다음과 같은 전략을 사용한다.

첫째, **동수누가 전략**이다. 이 전략은 곱셈의 의미를 동수누가로 볼 때 자연스럽게 나타날 수 있는 전략이다. 12×3 은 12를 3번 더한다는 의미이므로 $12 \times 3 = 12 + 12 + 12 = 36$ 이다. 이 방법은 $12 \times 4 = 12 + 12 + 12 + 12 = 24 + 24$ 와 같이 계산하는 두 배 전략, $12 \times 5 = 12 \times 10 = 120$ 의 절반이므로 $12 \times 5 = 60$ 과 같이 구하는 이등분 전략 $12 \times 6 = 12 \times 5 + 12 = 60 + 12 = 72$ 와 같이 구하는 한 번 더 더하기 전략, $12 \times 9 = 12 \times 10 - 12$ 과 같이 구하는 한 번 빼기 전략 등과 함께 사용할 수 있다.

둘째, **뛰어 세기 전략**이다. 12×3 을 12, 24, 36과 같이 12를 세 번 뛰어 세어 구하는 전략이다.

셋째, **분배법칙을 이용한 분해 전략**이다. $12 \times 3 = (10 + 2) \times 3 = 10 \times 3 + 2 \times 3$ 과 같이 분배법칙에 의해 십의 자리와 일의 자리로 분할하여 구한 값을 더하여 구할 수 있다.

이러한 전략으로 곱셈의 결과를 구해 본 후 표준 알고리즘을 학습한다. 곱셈 표준 알고리즘 지도에서 사용할 수 있는 모델로는 **묶음 모델**, **직선 모델**, **배열 모델**, **넓이 모델** 등이 있으나 **본 단원에서는 비교적 작은 수의 곱을 다루므로 묶음 모델의 하나인 수 모형을 통한 조작 활동을 위주로 표준 알고리즘을 설명한다.**

나. 올림이 없는 (두 자리 수)×(한 자리 수)

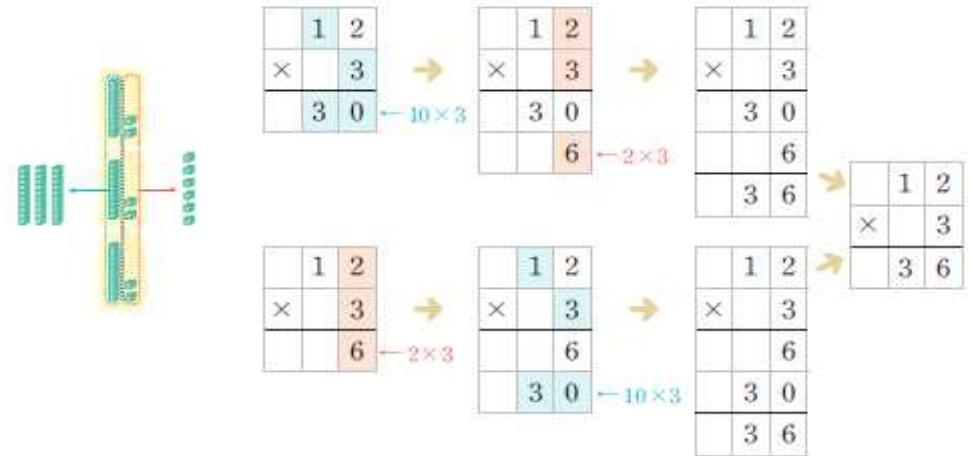
이 단원은 두 자리 수의 계산으로 범위가 확장되면서 곱셈구구를 활용하여 곱셈 알고리즘을 처음으로 다루게 된다. 따라서 곱셈의 계산 원리와 방법을 익히는 가운데 형식화를 통한 알고리즘의 완성에 주목하여야 한다.

(두 자리 수)×(한 자리 수)의 곱셈은 (몇십)×(몇)으로 시작한다. 그 이유는 곱셈구구 학습에서 활용한 모델과 지도 전략의 연장선상에서 지도하기 수월하기 때문이다. 이 단원에서 계산 원리를 지도하는 데 사용하는 수 모형 중 십 모형을 그 자체로 하나의 단위로 볼 경우 실질적으로 몇십에 해당하는 크기를 몇으로 간주하여 사고할 수 있다.

20×3 을 수 모형으로 나타내면 십 모형이 2개씩 3묶음이 된다. '2개씩 3묶음'은 곱셈구구 범위 내에서 이미 2×3 으로 나타내고 값을 구할 수 있었다. 따라서 십 모형이 6개이고, 십 모형을 일 모형으로 변환하면 60개가 된다. 즉, (몇십)×(몇)의 십 모형의 수를 구하여 이를 다시 일 모형으로 변환하면 원래의 곱을 구할 수 있다.



다음으로 올림이 없는 (몇십몇)×(몇)을 다루는데 여기에서 활용하게 되는 전략은 **분배법칙**이다. 앞에서 (몇십)×(몇)을 계산하는 원리와 방법을 익혔고, (몇)×(몇)은 곱셈구구에 해당하므로 그 값을 구할 수 있다. 한편, (몇십몇)×(몇)을 학습하는 과정에서 세로 셈을 도입한다. 분배법칙에 따라 두개의 계산으로 분리하게 되면 각 자리에 따른 곱의 결과를 암산하기 어려워지기 때문이다. (몇십몇)×(몇)을 세로로 계산하는 방법은 일의 자리부터 계산하는 것과 십의 자리부터 계산하는 것이 있으나 덧셈의 교환법칙이 성립하므로 그 값은 동일하다. 이는 부분곱에서 표준 알고리즘으로 이행되는 과정이다. 교과서에서는 곱셈의 표준 알고리즘으로 일의 자리부터 계산하는 것을 채택한다.



학생들은 덧셈과 뺄셈에서 세로 셈을 이미 경험하였지만 곱셈에서의 세로 셈은 여기에서 처음 경험한다. 따라서 세로셈 표현과 알고리즘에 각별히 유의하도록 한다. 특히, 형식의 유사성에서 비롯되는 오류를 방지하기 위해 덧셈과 뺄셈의 세로 셈과 곱셈의 세로 셈 사이의 공통점과 차이점을 자세하게 설명하여야 한다.

2024학년도 - B - 1번 2) 분수 나눗셈의 알고리즘

① 곱셈의 역 모델

"점심 식사 선호도를 조사하였더니 48명의 학생이 피자를 선택하였습니다. 이는 샐러드를 선택한 학생 수의 $1\frac{1}{2}$ 배입니다. 샐러드를 선택한 학생은 몇 명일까요?"

이 상황은 '(샐러드를 선택한 학생 수) $\times 1\frac{1}{2} = 48$ '이므로 $48 \div 1\frac{1}{2}$ 로 해결할 수 있다. $48 \div 1\frac{1}{2}$ 은 $48 \div \frac{3}{2}$ 으로 바꾸어 생각할 수 있고 이를 풀기 위해 2를 곱하고 3으로 나누거나 분수 $\frac{2}{3}$ 을 곱하면 $48 \div 1\frac{1}{2} = 48 \div \frac{3}{2} = 48 \times \frac{2}{3} = 32$ (명)이 된다.
일반적인 접근법은 원래 곱하기 과정을 역으로 하는 것이다.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

② 분수의 곱셈으로부터 유추하는 접근 방식 (신준식, 2013; 임재훈 외, 2005; Ma, 1999).

이러한 접근 방식은 분수의 곱셈은 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱하기 때문에 나눗셈에서도 분모끼리 나누고, 분자끼리 나누면 된다고 유추하는 것이다. 아래에서 보는 것처럼

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{2}{7} &= \frac{3 \times 2 \times 7}{4 \times 2 \times 7} \div \frac{2}{7} \\ &= \frac{3 \times 2 \times 7 \div 2}{4 \times 2 \times 7 \div 7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} \end{aligned}$$

이 되어, 제수의 역수를 곱하는 결과가 되지만, 이러한 방식이 제수의 역수 그 자체의 의미를 잘 드러내지는 못한다 (임재훈 외, 2005). 또한 초등학교 교육과정에서 이러한 방식을 다루고 있지 않다

③ 포함제 모델

"3개의 사탕을 각각 반으로 나누었습니다. 나누어진 사탕은 몇 조각일까요?"

이 상황은 3을 $\frac{1}{2}$ 로 나눌 때 결국 6조각의 사탕을 가지게 됨을 의미한다. 이를 모양 조각을 활용하여 설명할 수

있다. 예를 들어 ' $3 \div \frac{1}{2}$ '은 을 로 몇 번 나눌 수 있는가?의 상황으로 1개의 이 3개의 

에 얼마나 많이 들어가는가를 의미한다. 즉, 이것은 ' $3 \div \frac{1}{2}$ '은 로 을 몇 번 덮을 수 있는가?와 같고, 실제로 6번 덮을 수 있음을 확인할 수 있다.

④ 등분제 모델

"초콜릿 $\frac{1}{4}$ 판을 3명의 친구들이 똑같이 나누어 가졌습니다. 각각 얼마만큼 나누어 가졌을까요?"

이 상황은 $\frac{1}{4} \div 3$ 으로 다음과 같이 해결할 수 있다. 한 장의 종이를 한 판의 초콜릿이라 생각하고 4등분하여 접는

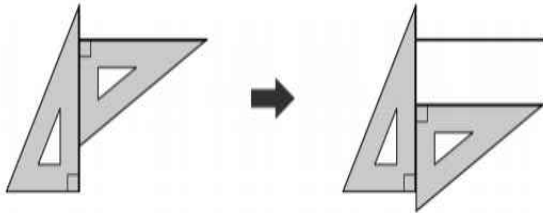
다. 이때 접은 부분 중 한 칸은 $\frac{1}{4}$ 판의 초콜릿을 나타낸다. $\frac{1}{4}$ 판의 초콜릿을 다시 3등분하여 접고, 한 명이 얼마만큼 가질지 표시한다. 표시한 부분은 초콜릿 한 판을 12조각으로 나눈 것 중 한 조각임을 확인할 수 있다.

2. 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 수업 분석을 주제로 교사 협의회에서 교사들이 나눈 대화이다. 물음에 답하시오. [4점]

교사 A: '도형의 기초'와 관련하여 성취기준을 살펴봅시다. 선은 직선, 선분, 반직선을, 작은 직각, 예각, 둔각을 구별할 수 있어야 하며, 또 직선의 위치 관계를 이해할 수 있어야 합니다.

교사 B: 학생들을 지도할 때 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통하여 직선의 (㉠) 관계와 (㉡) 관계를 이해하도록 하는 것은 중요합니다.

교사 C: [그림 1]은 삼각자를 사용하여 직선의 위치 관계를 나타내는 과정입니다.

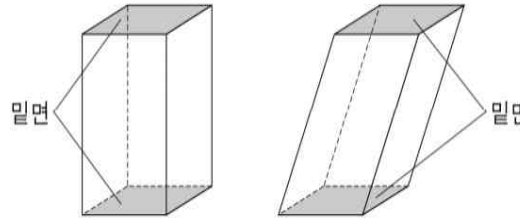


[그림 1]

교사 D: 평면에서 학습한 직선의 위치 관계는 입체도형에서도 활용된다는 점에서 중요하게 다루어야 합니다.

교사 C: 네, 맞습니다. 직육면체와 각기둥에서 밑면과 옆면을 학습하는 과정은 직선의 위치 관계를 적용하여 면과 면 사이의 위치 관계를 이해하는 것으로 볼 수 있습니다.

교사 B: 저는 각기둥을 지도하면서 [그림 2]의 오른쪽 도형이 각기둥인지 질문을 받은 적이 있습니다. 그때 ㉢ [그림 2]의 밑면에 주목하여 각기둥의 정의에 따라 설명할 수 있었습니다.

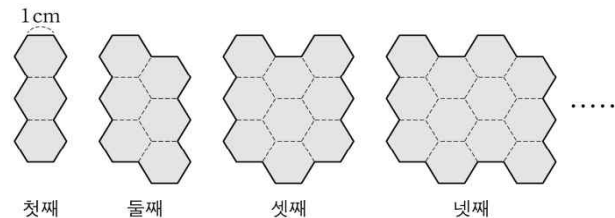


[그림 2]

교사 A: 그렇다면 평면도형에서 학습한 내용과 입체도형에서 학습하는 내용을 연결할 수 있는 것에는 또 무엇이 있을까요?

교사 C: ㉣다각형에서 학습한 둘레는 직육면체의 겉넓이와 연결하여 생각해 볼 수 있습니다. 이것은 ㉤다각형과 다면체의 정의에서 유추할 수 있는데, 이 과정에서 지식을 통합해 보는 수학적 경험이 요구됩니다.

교사 A: 지금까지 도형 영역에서 평면도형과 입체도형의 학습 내용 간 연계에 대해 살펴보았다면, [그림 3]을 통해 도형과 측정 영역 간 연계에 대해 생각해 볼 수 있습니다. [그림 3]은 일정한 규칙에 따라 정육각형을 3개씩 늘려가며 이어 붙여 만든 모양입니다.



[그림 3]

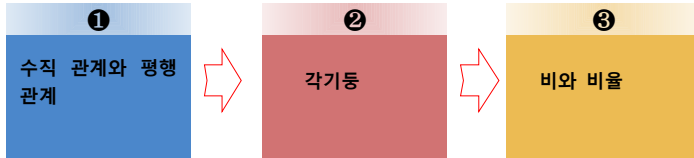
- [그림 1]의 직선의 위치 관계를 나타내는 과정을 ㉠, ㉡을 모두 사용하여 설명하시오. [1점]
- ㉠ [그림 2]의 오른쪽 입체도형이 각기둥인 이유를 ㉢에 근거하여 쓰고, ㉡ ㉢의 이유를 ㉢에 근거하여 쓰시오. [2점]
- [그림 3]의 열째에 해당하는 모양에서 '도형의 둘레'에 대한 '정육각형의 개수'의 비율을 구하시오. [1점]

2 ▶ 2024 수학

정답 예시		배점
1)	먼저 놓은 삼각자의 한 변에 대해 주어진 직선과 그은 직선이 각각 서로 수직이 되기 때문에 삼각자를 사용하여 그은 두 직선이 서로 평행하다. ☞ 유의 사항 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리 함.	1
2)	㉠ 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형으로 이루어진 기둥모양의 입체도형이기 때문이다. ㉡ 다각형은 선분으로만 둘러싸인 도형으로 정의되므로 선분의 길이를 모두 더해서 둘레를 구할 수 있다 ☞ 유의 사항 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리 함.	2
3)	$\frac{30}{50}$ 또는 0.6 ☞ 유의 사항 모범 답안(예시)과 같이 정확하게 답하지 않으면 모두 0점으로 처리함.	1

위샘 Tip

[2024학년도 - B - 2번]

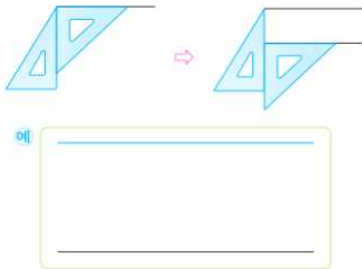


출제 포인트
삼각자를 사용하여 수선 긋기
삼각자를 사용하여 평행 선 그리기
다면체
다각형
비율
둘레와 겉넓이

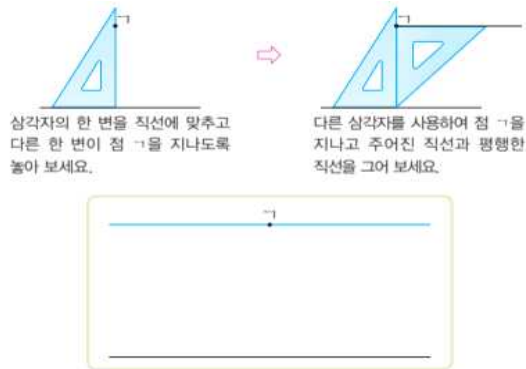
2024학년도 - B - 2번 1) 2) 3)

◆ 삼각자를 사용하여 주어진 직선과 평행한 직선을 그어 봅시다.

- 그림과 같이 삼각자 2개를 놓은 후 한 삼각자를 고정하고 다른 삼각자를 움직여 평행선을 그어 보세요.



- 삼각자를 사용하여 점 ㄱ을 지나고 주어진 직선과 평행한 직선을 그어 보세요.



• 삼각자를 사용하여 그은 두 직선이 서로 평행한 이유를 이야기해 보세요.

- 먼저 놓은 삼각자의 한 변에 대해 주어진 직선과 그은 직선이 각각 서로 수직이 되기 때문에입니다.

① 수직 관계와 평행 관계

① 서로 수직으로 만나는 경우

평면상에서 두 직선이 만나는 경우에는 각이 이루어지고 이루어진 각의 크기가 직각일 때 두 선은 서로 수직이라고 하며 두 직선이 수직일 때 한 직선을 다른 직선에 대한 수선이라고 한다.

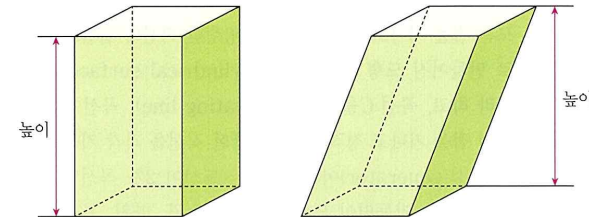
② 평행한 경우

동일 평면상에서 만나지 않는 두 직선을 서로 평행하다고 하고 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다.

② 각기둥

각기둥을 다른 측면에서 설명하면 한 직선에 평행한 3개 이상의 평면과 그 직선과 만나는 2개의 합동이고 평행한 다각형으로 둘러싸인 다면체이다. 여기서 직선에 평행한 평면을 옆면(lateral plane), 합동이고 평행한 2개의 다각형을 밑면, 두 면이 만나는 교선을 모서리(edge), 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점(vertex)이라고 한다.

또 두 밑면 사이의 거리를 각기둥의 높이(height)라고 한다. 각기둥의 밑면은 합동이고, 옆면은 모두 평행사변형이다. 밑면과 모서리가 서로 수직인 각기둥을 직각기둥(right prism), 밑면과 모서리가 서로 수직이 아닌 각기둥을 빗각기둥(oblique prism)이라고 한다. 밑면이 n각형인 각기둥을 n각기둥이라고 부른다. 특히 밑면이 정n각형인 직각기둥을 정n각기둥이라고 한다.



[그림 3] 직각기둥과 빗각기둥

③ 비, 비율, 비례식의 개념은 서로 어떻게 연결될까요?

비	비는 두 양 사이의 관계를 ':'를 사용하여 나타낸 것입니다.	예 2:4, 5:10 비 2:4에서 4는 기준량, 2는 비교하는 양입니다.
비율	비율은 기준량에 대한 비교하는 양의 크기이고, $(\text{비율}) = \frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$ 입니다. 백분율은 기준량을 100으로 할 때의 비율입니다.	예 비 2:4의 비율은 $\frac{2}{4} (= 0.5)$ 입니다. 비 5:10의 비율은 $\frac{5}{10} (= 0.5)$ 입니다. 예 비율 $\frac{65}{100}$ 을 백분율로 65%라 쓰고, 65 퍼센트라고 읽습니다.
비례식	비례식은 비율이 같은 두 비를 등호로 나타낸 식입니다.	예 $2:4 = 5:10$

3. 다음은 2015 개정 수학과 교육과정 '자료와 가능성' 영역에 대해 지도 교수와 예비 교사가 나눈 대화이다. 물음에 답하시오. [3점]

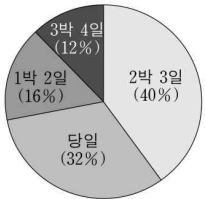
지도 교수: 지난 시간에 무엇을 공부했나요?

예비 교사: 탐구 주제를 정해 자료를 수집하고 각 항목별로 분류한 후 정리하여 목적에 맞게 그래프로 나타내는 방법에 대해 공부했습니다.

지도 교수: 이번 시간에는 그래프를 보고 알 수 있는 내용에 대해 이야기해 보겠습니다. 그래프를 살펴볼 때는 어떤 항목이 더 많고 적은지에 관한 사실뿐만 아니라, 그래프로부터 알아낸 사실들을 문제 상황과 관련지어 생각할 수 있어야 합니다. 예를 들어, 자료로부터 추론하기, 추이를 예측하기, 다른 집단이나 상황에 적용하기, 새로운 문제 제기하기 등을 할 수 있습니다.

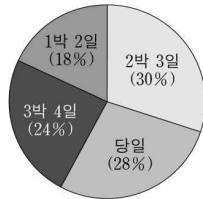
예비 교사: 좀 더 자세히 설명해 주시겠어요?

지도 교수: 비율그래프의 자료를 예로 들어 봅시다. 다음 [그림 1], [그림 2]는 △△학교에서 남학생과 여학생을 대상으로 현장체험학습에 대한 희망 일정을 조사한 결과입니다. 이들 그래프를 볼 때 △△학교에서 '2박 3일' 일정을 희망한 학생 수의 비율은 전체 학생 수의 몇 %인가요?



[그림 1]

△△학교 남학생의 희망 일정



[그림 2]

△△학교 여학생의 희망 일정

예비 교사: ㉠ 35%입니다. '2박 3일' 일정을 희망한 남학생 수의 비율은 전체 남학생 수의 40%이고, '2박 3일' 일정을 희망한 여학생 수의 비율은 전체 여학생 수의 30%이므로 이 둘의 평균을 구해서 35%가 됩니다.

지도 교수: 추가 자료를 보면서 다시 생각해 봅시다. '2박 3일' 일정을 선택한 남학생과 여학생을 대상으로 희망하는 지역을 추가로 조사하였습니다. [그림 3]은 [그림 1]에서 '2박 3일' 일정을 선택한 남학생의 희망 지역을 정리한 그래프입니다.



[그림 3] '2박 3일' 일정을 선택한 남학생의 희망 지역

* 강원권을 선택한 학생 수는 0명이 아님.

... (중략) ...

예비 교사: 추가 자료를 살펴보니 제가 무엇을 잘못 생각했는지 알 것 같아요.

지도 교수: 그렇다면 ㉡ △△학교 여학생이 500명일 때, '2박 3일' 일정을 희망한 학생 수의 비율은 전체 학생 수의 몇 %인지 구할 수 있겠죠?

1) [A]는 통계의 주요 과정 중 어느 과정에 해당하는지 '자료와 가능성' 영역의 성취기준에 근거하여 쓰시오. [1점]

2) ㉠이 틀린 이유를 설명하고, ㉡ ㉢의 답을 반올림하여 소수 첫째 자리까지 쓰시오. [2점]

3 ▶ 2024 수학

정답 예시

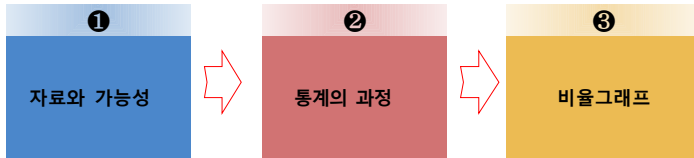
배점

1) 해석 또는 결과 해석 유의 사항 모범 답안(예시)과 같이 정확하게 답하지 않으면 모두 0점으로 처리함.	1
① 조사한 남학생 수와 여학생 수가 다를 수도 있기 때문이다. ② 33.8% 유의 사항 ① 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리함.	2
2) 25%일 때 30명이므로 100%일 때는 120명('2박 3일' 일정을 선택)이므로 전체 남학생 수는 300명이다. 여학생은 전체가 500명이므로 '2박 3일' 일정을 선택한 여학생 수는 500×30%=150명('2박 3일' 일정을 선택)이 해당된다. 그러므로 $270 \div 800 = 0.3375$ 반올림하여 소수 첫째 자리는 33.8%가 된다	2

위샘 Tip

[2024학년도 - B - 3번]

출제 포인트

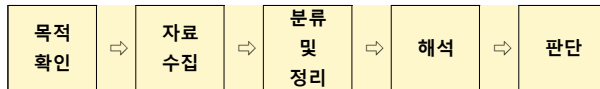


해석
원그래프
백분율
항목별 백분율을 이용하여 실제 수량을 구해보기

2024학년도 - B - 3번 1) 2)

1 통계의 과정

통계의 과정은 일반적으로 ① 목적 확인, ② 자료 수집, ③ 분류 및 정리, ④ 해석, ⑤ 판단의 단계로 수행된다.



- 목적 확인** : '무엇 때문에 이와 같은 통계를 실시하는가'가 분명해야 한다. 가능한 한 구체적인 목표를 설정하고 이를 위해 체계적으로 수행 계획을 세우는 것이 중요하다.
- 자료 수집** : 통계의 목적이 확인되었으면 그 목적을 달성하기 위하여 적절한 자료를 수집해야 한다. 자료를 수집할 때는 '자료는 목적에 비추어 알맞은 자료인가?'(타당성의 문제), '조사 방법은 정확히 되었는가?'(신뢰성의 문제)를 고려해야 한다. 또한 자료 내용의 정확성, 난이도, 표현 방법 등 세심하게 주의를 기울여야 할 것이다. 만약 자료의 타당성과 신뢰성이 결여되어 있다면 산출된 통계 값은 믿을 수 없으며 해석하고 판단할 가치도 없는 것이다.
- 분류 및 정리** : 어느 집단의 성격을 같은 관점에 의해 분할하는 것을 분류라 하고 분류된 자료를 표나 그래프로 나타내거나 평균 등을 산출하여 보다 알기 쉽게 만드는 것을 정리라 한다. 분류와 정리를 할 때는 중복되거나 누락이 발생하지 않도록 세심하게 유의하며 집계할 때에도 0이 된 항목도 유의미한 항목으로 처리하여야 한다. 분류에는 직업, 성별, 각종 현상 등과 같은 질적인 것과 연령, 키, 몸무게 등과 같은 양적인 것이 있다.
- 해석** : 표나 그래프 등을 분석해 봄으로써 객관적이고 정당하게 자료를 해석하도록 해야 한다. 예를 들어 종류별 개수, 합계를 살펴보면 더 나아가 가장 많이 나타나는 것, 가장 적게 나타나는 것을 살펴보면 적절한 발문을 통해 통계 자료가 가지는 집단의 특성을 찾아보게 한다.
- 판단** : 해석을 바탕으로 자료에 없는 구간에 대해 예상하거나 앞으로 일어날 것을 예측하고 판단하도록 한다.

2 통계적 문제 해결 과정

배혜진과 이동환(2016)은 통계적 문제 해결 과정의 관점에 따른 초등 수학 교과서 통계 지도 방식을 분석하였다. 통계적 문제 해결 과정을 크게 4단계(문제 설정, 자료 수집, 자료 분석, 결과 해석)로 나누고 단계별 세부적인 분석 기준과 발문을 다음과 같이 제시하였다

결과 해석	자료로부터의 추론, 추이 예측 (그래프 이해 3수준)	- 강남콩 마을에서 종이류와 음식물 쓰레기가 적게 배출된 까닭은 무엇일까요? - 완두콩 마을에서 어떤 노력을 기울여야 마을이 좀 더 깨끗하게 될까요?
	조사 집단의 성질 파악	우리 반 친구들은 어떤 환경 문제에 관심이 많다고 할 수 있겠습니까?
	다른 집단이나 상황의 적용	- 같은 내용을 부모님께 여쭙어 봤을 때는 어떤 결과가 나왔나요? - 거울에 조사했다면 같은 결과가 나왔을까요?
	확인 및 평가	성우의 주장이 적절한지 어떤 방법으로 알 수 있습니까?
	결과의 유용성 인식 및 새로운 문제 제기	- 우리 반 친구들과 관련하여 더 알고 싶은 것은 무엇이 있습니까? - 이러한 결과는 누구에게 유용할까요?

3 원그래프 해석하기

원그래프 역시 띠그래프와 마찬가지로 전체에 대한 각 항목의 비율을 직관적으로 드러낸다는 장점이 있다. 특히, 각 항목의 정확한 값보다는 상대적인 대소 관계와 과반수 여부 등을 확인할 때에는 원그래프가 매우 유용하다. 이로 인해 원그래프는 설문 조사에서 많이 사용되며, 원그래프에 나타난 조사 결과를 바탕으로 문제 상황에서의 의사 결정도 이루어지곤 한다. 즉, 원그래프의 해석을 지도할 때에는 단순히 주어진 백분율을 맹목적으로 읽는 데 그치지 않고, 다양한 통계적 사실을 추론하고 문제 해결 역량을 활용하여 통계적 소양을 기르는 데 주안점을 두어야 한다.

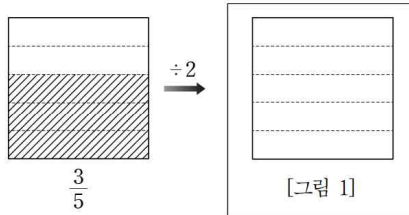
원그래프도 비율 그래프이기 때문에 각 항목의 백분율이 실제 수량이 아닌 상대적인 양임을 인식하게 하는 것이 중요하다. 따라서 원그래프 해석하기 차시에도 띠그래프 해석하기 차시에서와 같이 항목별 백분율을 이용하여 실제 수량을 구해 보는 과정이 필요하다.

1. 다음은 분수의 나눗셈에서 학생들이 겪는 어려움과 그 지도에 관해 지도 교사와 예비 교사들이 나눈 대화이다. 물음에 답하시오. [4점]

지도 교사 : 오늘은 분수의 나눗셈 학습에 어려움을 겪는 학생들을 지원할 수 있는 방안을 살펴해보도록 하겠습니다. 분수의 나눗셈에서 학생들이 겪는 어려움에 대해 이야기해 볼까요?

예비 교사 A : ㉠(분수)÷(자연수)의 몫을 구하는 수업을 참관한 적이 있었는데, $\frac{3}{5} \div 2$ 의 몫을 구할 때 ㉡나누어지는 수를 동치분수로 나타내는 것을 어려워했습니다. 이는 어떤 모델을 이용해서 지도할 수 있을까요?

지도 교사 : 영역 모델을 이용해서 (분수)÷(자연수)의 몫을 구하는 과정을 알아보면 학생들에게 도움이 됩니다. 학생들이 $\frac{3}{5} \div 2$ 의 몫을 구하는 과정과 몫 [그림 1]에 나타내고 (㉢) (으)로 표현하여 그 의미를 살펴보게 해야 합니다.



예비 교사 B : 제가 참관한 수업에서는 (분수)÷(자연수)를 분수의 곱셈으로 나타낼 수 있는 이유를 어려워하는 학생이 있었습니다. 이를 어떻게 설명할 수 있을까요?

지도 교사 : 이 경우에도 [그림 1]의 영역 모델을 이용해서 ㉠(분수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타낼 수 있는 이유에 대해 학생들에게 제시할 설명을 준비할 수 있습니다. 다만, 학생들이 (분수)÷(자연수)의 몫을 나타내는 영역을 다른 방식으로 표현하는데 어려움을 겪을 수 있음에 주의해야 합니다. 구체적으로, 학생들은 ㉠ $\frac{3}{5}$ 을 2등분한 것 중의 하나를 $\frac{3}{5}$ 의 (㉢) (으)로 표현하는 것을 어려워할 수 있으므로 이를 주의하여 지도할 필요가 있습니다.

1) ㉠과 ㉡을 모두 고려하여, ① ㉢에 알맞은 식을 쓰고, ② [그림 1]에 알맞은 그림을 그리시오. [2점]

① _____

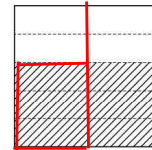
② _____

2) ① ㉢에 알맞은 수를 쓰고, ② ㉢을 이용하여 $\frac{3}{5} \div 2$ 를 예로 들어 ㉢을 쓰시오. [2점]

① _____

② _____

1 ▶ 2023 수학

정답 예시		배점
1)	① $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{6}{10} \div 2 = \frac{6 \div 2}{10} = \frac{3}{10}$ ☞ 유의 사항 모범 답안(예시)과 같은 동치분수 표현이면 맞게 처리	2
	② 	
2)	① $\frac{1}{2}$ ☞ 유의 사항 모범 답안(예시)과 같이 정확하게 답하지 않으면 모두 0점으로 처리	2
	② $\frac{3}{5} \div 2$은 $\frac{3}{5}$를 똑같이 2등분한 것 중의 1이다. 똑같이 2등분한 것 중의 1은 $\frac{1}{2}$이다. 따라서 $\frac{3}{5} \div 2$은 $\frac{4}{5}$의 $\frac{1}{2}$, 즉 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$이 된다. ☞ 유의 사항 밑줄 친 부분을 활용하여 모범 답안(예시)과 유사한 내용을 썼으면 맞게 처리	