[1-1-1] 9까지의 수 ----------[32 / 346]

❶ 수 개념의 발생

❷ 수의 의미와 읽기
1) 집합수
2) 순서수
3) 이름수

❸ 수세기, 읽기, 쓰기
1) 추상의 원리
2) 안정된 순서의 원리
3) 일대일 대응의 원리
4) 순서무관의 원리
5) 집합수의 원리

❹ 인도-아라비아 숫자
1) 기본적인 수 10이 있다
2) 0을 나타내는 기호가 있다
3) 자릿값의 구조

([1-1-3] 덧셈과 뺄셈 ----------[34 / 347]

❶ 수의 합성과 분해

❷ 덧셈과 뺄셈 문제 상황
1) 합병
2) 첨가
3) 제거
4) 비교

❸ 덧셈과 뺄셈 지도 모델
1) 묶음 모델 - 산가지, 모형(연결큐브), 수 모형, 화폐 모형, 자릿값 판
2) 직선 모델 - 수직선
3) 복합 모델 - 수판, 20 주판, 100 주판, 격자 배열

❹ 덧셈과 뺄셈 전략
1) 직접 모델링에 기초한 전략
2) 수 세기에 기초한 전략
3) 수 지식에 기초한 전략

[1-1-5] 50까지의 수 ---------- [36 / 349]

❶ 십진법의 지도
1) 10개씩 묶음과 낱개

❷ 수모델
1) 비례 모델
2) 비비례 모델
3) 수판

❸ 수 세기 전략
1) 앞으로 세기(이어 세기)
2) 거꾸로 세기

[1-2-1] 100까지의 수 ---------- [38 / 350]

❶ 기수법과 명수법
1) 기수법 – 가법적 기수법, 승법적 기수법, 위치적 기수법
2) 명수법 – 우리말 수사, 한자 수사

❷ 두 자리 수의 지도
1) 10개씩 묶음과 낱개

❸ 두 자리 수의 대소 비교
1) 부등호의 도입
2) 묶음의 수가 다른 두 자리 수의 대소 비교
3) 묶음의 수가 같은 두 자리 수의 대소 비교

([1-2-2] 덧셈과 뺄셈(1) ---------- [40 / 352]

❶ 위치적 기수법과 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈

❷ 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 알고리즘 지도
1단계: 생활 장면을 이용한 문제 제시
2단계: 문제를 모델로 나타내기
3단계: 모델 조작 활동으로 답 구하기
4단계: 조작 활동 과정을 발표하고 기호로 나타내기

❸ 다양한 비형식적 전략을 이용한 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈
1) 21+6을 이어 세기 전략으로 구하기
2) 28-11을 비교하기 전략으로 구하기

[1-2-4] 덧셈과 뺄셈(2) ----------[42 / 354]

❶ 연산의 성질
1) 덧셈에 대한 교환법칙
2) 덧셈에 대한 결합법칙

❷ 세 수의 덧셈과 뺄셈
1) 십몇이 되는 한 자리 수의 덧셈
2) 10이 되는 더하기와 10에서 빼기
3) 10을 만들어 더하기

[1-2-6] 덧셈과 뺄셈(3) ----------[45 / 356]

❶ 수의 합성과 분해

❷ 덧셈과 뺄셈 문제 상황
1) 합병
2) 첨가
3) 제거
4) 비교

❸ 덧셈과 뺄셈 지도 모델
1) 묶음 모델
2) 직선 모델
3) 복합 모델

❹ 덧셈과 뺄셈 전략
1) 직접 모델링에 기초한 전략
2) 수 세기에 기초한 전략
3) 수 지식에 기초한 전략 - 시각적 이미지의 도움 없이 수의 합성과 분해에 대한 지식, 수 계열과 수 관계, 교환법칙과 같은 기본 법칙 등

[2-1-1] 세 자리 수 ---------- [48 / 358]

❶ 우리의 기수법 체계
1) 자릿값
2) 밑이 10
3) 0의 사용
4) 가법성

❷ 자릿값 개념의 지도
1) 묶기와 교환하기
2) 숫자의 위치는 그 위치에 있는 수의 값을 결정

❸ 세 자리 수 쓰고 읽기
1) 자릿값 판(place value mat)
2) '사십일'은 '401'로 잘못 쓸 가능성

❹ 세 자리 수의 크기 비교 - 352과 349의 크기 비교하기
1) 수 모형을 사용해 비교하기
2) 세 자리 수의 백의 자리 숫자의 크기 비교하기
3) 비교한 결과를 부등호(> 또는 <)로 나타내기
4) 백의 자리 숫자가 다른 세 자리 수를 비교하는 방법 일반화하기

[2-1-3] 덧셈과 뺄셈 ----------[51 / 359]

❶ 이해를 통한 덧셈과 뺄셈 알고리즘 지도

❷ 받아올림과 받아내림이 있는 자연수의 덧셈과 뺄셈 오류 유형 및 지도 방법
1) 받아올림이 있는 덧셈의 오류 유형과 처치 방법
① 받아올림을 하지 않는 오류
② 받아올림 할 수를 내려 쓰는 오류
2) 받아내림이 있는 뺄셈의 오류 유형과 처치 방법
① 0 처리 오류
② 받아내림 오류

❸ 역연산의 원리
1) 덧셈식과 뺄셈식에서의 각 수를 부분과 전체로 연결

[2-1-6] 곱셈 ----------[54 / 363]

❶ 곱셈의 개념
1) 동수누가 개념
2) 배의 개념
3) 곱집합 개념

❷ 곱셈 모델
1) 묶음 모델 - 여러 사물을 몇씩 몇 묶음으로 만들어서 나타내는 것
2) 조합 모델 - 두 개 이상의 집합에서 만들 수 있는 가능한 순서쌍을 알아보는 데 사용하는 모델
3) 격자(배열) 모델 - 여러 사물을 가로 방향과 세로 방향으로 일정하게 배열하여 전체적으로 직사각형과 같은 모양을 이루도록 한 것
4) 직선 모델 - 반직선 형태를 일정한 간격으로 나눈 다음 호를 이용하여 일정한 간격의 크기를 도식화하여 나타낸 것

❸ 곱셈 상황
1) 묶음 상황
2) 배열 상황
3) 비율 상황
4) 비교 상황
5) 조합 상황
6) 넓이 상황

[2-2-1] 네 자리 수 ---------- [56 / 364]

❶ 1000의 지도
1) 구체물을 100씩 10묶음으로 세어 보기
2) 1000을 수 모형으로 놓아 알아보기
3) 1000 약속하기
4) 1000 구성하기

❷ 네 자리 수 지도 (자릿값 개념의 확장)
1) 자릿값판을 활용하여 네 자리 수 나타내기

❸ 네 자리 수의 크기 비교
1) 맨 앞의 숫자에 주목하는 전략

([2-2-2] 곱셈구구 ----------[59 / 367]

❶ 곱셈 개념 지도

❷ 곱셈구구를 위한 곱셈 전략
1) 직접 모델링에 의한 곱셈 전략
- 하나씩 세기
2) 수 세기 수준에서의 곱셈 전략
- 동수누가, 뛰어세기
3) 구조화 수준에서의 곱셈 전략
- 곱셈 성질(교환법칙, 분배법칙)
- 곱셈구구
4) 형식화 수준에서의 곱셈 전략

[3-1-1] 덧셈과 뺄셈 ----------[64 / 369]

❶ 덧셈과 뺄셈의 오류 유형 분석
1) 오류의 유형
(1) 덧셈
㈎ 무조건 받아올림하는 오류
㈏ 받아올림을 2번 이상 하는 오류
㈐ 받아올림을 가장 앞자리에 하는 오류
㈑ 받아올림을 하지 않는 오류
㈒ 더한 결과를 병렬로 쓰는 오류
(2) 뺄셈
㈎ 무조건 받아내림하는 오류
㈏ 받아내림한 후 1을 빼지 않는 오류
㈐ 가장 왼쪽에서 받아내림하는 오류
㈑ 일의 자리로 받아내린 10에서만 빼고 낱개를 더하지 않는 오류
㈒ 0에서 못 빼면 그냥 0을 쓰는 오류(0-N=0)
㈓ 0에서 못 빼면 그냥 그 수를 쓰는 오류(0-N=N)
2) 오류의 지도 방안
(1) 기수법과 자릿값
(2) 덧셈 · 뺄셈의 지도 방법

❷ 어림셈

[3-1-3] 나눗셈 ----------[69 / 371]

❶ 나눗셈의 개념
1) 가. 똑같이 나눌 수 있어요 - 등분제
(1) 문제 상황 제시
과자 8개를 2명이 똑같이 나누어 먹으려고 합니다. 한 명이 과자를 몇 개씩 먹을 수 있을까요?
(2) 문제 상황을 모델로 나타내기
(3) 조작 활동
㈎ 직접 모델링 전략
㈏ 시행착오 전략
(4) 발표 및 형식화
2) 나. 똑같이 나눌 수 있어요 - 포함제
(1) 문제 상황 제시
과자 8개를 한 사람에게 2개씩 주려고 합니다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있을까요?
(2) 문제 상황을 모델로 나타내기
(3) 조작 활동
㈎ 직접 모델링 전략
㈏ 뛰어 세기를 활용한 전략
㈐ 동수누감 전략
(4) 발표 및 형식화

❷ 곱셈과 나눗셈의 관계
1) 역연산 관계

[3-1-4] 곱셈 ----------[73 / 343]

❶ 곱셈 지도 과정
1) 구체물을 이용한 조작활동
2) 학생들이 만든 전략
3) 표준화된 알고리즘
4) 어림셈

❷ 여러 가지 곱셈 방법
1) 배열 모델 이용하기
- 곱셈의 의미와 시각적인 이미지를 개발하는 데 유용
2) 수의 구성 원리를 적용
- 자릿값의 구성 원리를 바탕으로 알고리즘이 적용되는 과정을 아는 데 유용
3) 부분 곱 알고리즘
- 곱셈으로 얻은 각 곱을 분리된 줄에 기록한 다음에 모두 더하는 계산 방법
4) 고대 이집트 방법
- 곱하는 수를 1부터 2배씩 증가시켜 가면서 곱하는 수에 해당하는 곱을 찾아 구하는 방법

❸ 10의 곱 구하기
1) 수의 구성 원리와 자릿값의 의미를 바탕

[3-1-6] 분수와 소수 ----------[77 / 373]

❶ 분수 개념의 발생

❷ 분수의 수학적 의미
1) 비의 동치 관계
❸ 분수의 의미
1) 전체-부분의 의미 - 전체를 똑같이 나눈 것 중 일부분의 크기를 나타내는 것
(1) 연속량의 경우 피자 한 판을 5등분했을 때 그중 하나를 $\frac{1}{5}$로 나타내는 경우
(2) 이산량의 경우 구슬 4개를 구슬 20개의 $\frac{1}{5}$로 나타내는 경우
2) 연산자의 의미
3) 측정의 의미
4) 몫의 의미
5) 비의 의미

❹ 분수의 유형
1) 진분수, 가분수, 대분수, 단위분수
❺ 분수의 크기 비교
1) 진분수의 크기 비교
2) 단위분수의 크기 비교

❻ 분수 지도 모델
1) 영역 모델 - 영역이 전체이고 부분은 크기와 모양이 동일한 것
2) 길이 모델 - 띠 모양의 임의의 단위길이를 등분할한 모델, 띠 모양의 모델은 나중에는 수직선으로 연결
❼ 소수 개념의 발생
❽ 소수의 유형
1) 순소수, 대소수
❾ 소수의 크기 비교
1) 소수를 분수로 고쳐 크기 비교
2) 단위소수의 수 비교
❿ 소수 지도 모델
1) 영역 모델 - 영역이 전체는 1이고 부분은 크기와 모양이 동일한 것으로 10등분, 100등분 등으로 분할된 모델
2) 길이 모델 - 띠 모양의 임의의 단위 길이를 10등분, 100등분 등으로 분할한 모델. 길이 모델 예 - 막대, 자, 수직선

[3-2-1] 곱셈 ----------[83 / 382]

❶ 곱셈 지도 방법
1) 묶음 모델
2) 직선 모델
3) 배열 모델
4) 조합 모델

❷ 어림 지도 방법
1) 프런트-엔드 전략
2) 라운딩 전략
3) 조절 전략

[3-2-2] 나눗셈 ----------[87 / 383]

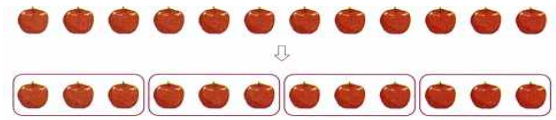
❶ 나눗셈 알고리즘
1) 분배 알고리즘
2) 누감 알고리즘

❷ 나눗셈 알고리즘 지도
1) 어림하기
2) 수 모형을 사용한 원리 탐색 및 형식화
(1) 수 모형 조작 활동을 통해 계산 원리 탐색하기
(2) 수 모형 조작 활동을 통해 계산 원리 형식화하기

❸ 검산 지도
1) 덧셈과 뺄셈은 역연산 관계로 검산하기 위해 사용되듯이, 곱셈과 나눗셈도 역연산 관계로 서로를 검산하기 위해 사용
2) 2015 개정 교육과정에서는 혼합계산이 5~6학년 군으로 이동되었기 때문에 '5×3+1'과 같은 식을 사용할 수 없다는 점에 유의

[3-2-4] 분수 ----------[90 / 386]

❶ 이산량의 등분할을 통한 분수의 이해
1) 등분할 하기 - 부분을 세어 보기 - 분수로 나타내기의 과정으로 학습
2) 사과 12개를 똑같은 수로 나누어 보는 활동 - 똑같이 나누어진 대상을 인식하고 전체의 얼마인지 알아보는 활동 - 부분이 전체의 얼마인지를 분수로 나타내는 과정 으로 다를 필요가 있다.



이 단원에서는 이산량을 이용하여 부분-전체의 관계를 분수로 나타내고 있다. 따라서 이산량으로 제시된 모든 양을 전체로, 똑같이 나누어진 양을 부분으로 보고, 이 관계를 분수로 표현할 수 있어야 한다

❷ 대분수의 이해

❸ 대분수와 가분수의 크기 비교

[4-1-1] 큰 수 ----------[93 / 387]

❶ 큰 수의 배경

❷ 큰 수 지도의 주안점
만, 십만, 백만, 천만, 억, 조 단위의 수를 제시할 때 자릿값의 작은 단위는 최소로 다루었다. 여기서 유의할 점은 자릿값의 작은 단위를 생략하는 것을 반올림이나 올림, 버림과 같은 수의 어림과 연결 짓지 않는 것이다. 2015 교육과정에서 이동된 주요 내용 중 하나는 수의 어림으로, 2009개정 교육과정에서는 3~4학년군에 있었던 것이 이번에는 5~6학년군으로 이동하였다. 그러므로 어림과는 무관하게 큰 수가 자연스럽게 활용되는 상황을 통하여 단원을 전개하려고 하였다.

❸ 위치적 기수법의 이해
1) 기수 (10)가 있다.
2) 영을 나타내는 숫자가 있다.
3) 숫자 1 ,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0이 사용된다.
4) 왼쪽으로 한 자리씩 옮길 때마다 10배씩 큰 자리를 나타낸다.
5) 알고리즘을 이용하여 지필 계산이 가능하다.

[4-1-3] 곱셈과 나눗셈 ----------[95 / 388]

❶ 어림 전략
1) 프런트 엔드 전략 (앞자리 수로 어림하기)
2) 라운딩 전략 (반올림하여 어림하기)
3) 조절 전략 (어울리는 수로 어림하기)

❷ 곱셈 알고리즘의 이해
1) 곱셈 - 교환법칙과 결합법칙, 덧셈에 대한 분배법칙
2) 부분 곱 알고리즘 - 자릿값 개념과 분배법칙을 이용하여 부분 곱을 구한 후 각 부분 곱을 더하여 구하기

❸ 나눗셈 계산 알고리즘의 이해
1) 몫이 두 자리 수가 되는 나눗셈의 경우 몫의 십의 자리 부분을 먼저 어림하는 과정이 필요

❹ 곱셈과 나눗셈에서 학생들이 범하는 오류 유형
1) 받아올림 중복 사용 오류
2) 덧셈에서 받아올림과 착각 오류
3) 각 위치에 있는 수들만 곱하는 오류
4) 오른쪽부터 쓰는 오류
5) 몫의 십의 자리에 0 생략 오류

[4-2-1] 분수의 덧셈과 뺄셈 ---------- [101 / 392]

❶ 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 중요성

❷ 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 내용
1) 합과 차가 진분수가 되는 진분수끼리의 덧셈과 뺄셈
2) 합이 1보다 큰 진분수끼리의 덧셈
3) 분수 부분의 합이 1보다 크게 되는 대분수의 덧셈(예: $2\frac{4}{7}+\frac{5}{7}$)
4) 분수 부분끼리 뺄셈이 가능한 대분수의 뺄셈(예: $2\frac{4}{7}-1\frac{1}{7}$)
5) (자연수)-(분수)(예: $3-\frac{3}{4}$)
6) 분수끼리 뺄 수 없어 1을 분자와 분모가 같은 분수로 고쳐서 빼야 하는 분수의 뺄셈(예: $3\frac{2}{7}-1\frac{5}{7}$)

❸ 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 위한 선행 지식
1) 분수의 의미
2) 단위의 인식
(1) 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈에서 학생들이 흔히 범하는 오류
(2) 오류 원인
① 자연수에서 학습했던 덧셈 계산 방법의 영향일 수 있다.
② 분수의 덧셈을 학습할 때 학생들이 전체가 무엇인지, 즉 1이 무엇인지를 이해하지 못했기 때문으로 생각할 수 있다.
3) 단위분수
4) 가분수와 대분수

[4-2-3] 소수의 덧셈과 뺄셈 ----------[105 / 394]

❶ 소수

❷ 범자연수 연산의 확장으로서의 소수 연산
1) 오류 - 소수의 경우 소수의 자릿수가 서로 다르기 때문에 범자연수와 같이 오른쪽 끝을 서로 맞춰서 크기 비교, 덧셈과 뺄셈을 하면 오류를 범할 수 있다.

❸ 소수의 덧셈과 뺄셈의 두 가지 접근 방법
1) 분수로 나타내기 - 소수를 도입할 때 분모가 10의 거듭제곱인 분수를 이용
2) 범자연수의 덧셈과 뺄셈과 같이 접근 - 소수의 자릿값에 대응하여 소수의 숫자들을 열로 배열하고 각 열에 있는 수를 더하는 방법

❹ 소수 학습을 위한 시각적 모델
1) 수모형
2) 소수 정사각형
3) 수직선

[5-1-1] 자연수의 혼합 계산 ----------[109 / 396]

❶ 식의 계산 순서
1) 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈만 있는 식에서는 앞에서부터 차례로 계산한다.
2) 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈이 있는 식에서는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, 그 결과에 대하여 덧셈과 뺄셈의 계산을 왼쪽부터 차례로 한다.
3) 괄호를 포함한 식에서는 괄호 안을 먼저 계산한다.

❷ 괄호의 사용

❸ 혼합 계산에 대한 내용과 교과서 분석

[5-1-2] 약수와 배수 ----------[110 / 397]

❶ 약수와 배수

❷ 약수와 배수 단원 지도의 유의점
1) 구체물 또는 반구체물 조작 활동 충분히 하기
2) 최대공약수와 최소공배수를 구하는 두 가지 방법

최대공약수

활동1 두 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기

활동2 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최대공약수를 구하는 방법 알아보기

최소공배수

활동1 두수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최소공배수를 구하는 방법 알아보기

활동2 여러 수의 곱으로 나타낸 곱셈식을 이용하여 최소공배수를 구하는 방법 알아보기

❸ 약수와 배수의 지도를 위한 소재

❹ 약수와 배수와의 관련된 수학적 지식
1) 완전수
2) 친화수
3) 배수 판정법

[5-1-4] 약분과 통분 ----------[110 / 402]

❶ 자연수와 다른 분수의 몇 가지 특징

1) 동치분수

2) 분수의 덧셈과 같은 경우에는 $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1+2}{3+3}=\frac{3}{6}$과 같은 잘못된 계산

3) 승법적 사고

❷ 분수의 성질

1) 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여도 분수의 크기는 같다.

2) 분모와 분자를 0이 아닌 같은 수로 나누어도 분수의 크기는 같다.

❸ 동치분수 만들기

1) 분수의 성질을 이용한 동치분수 만들기

2) 재귀적 분할을 이용한 동치분수 만들기

단위의 구조	통분할 때 '$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$'을 나타내는 과정	
단위		1
단위의 단위		$\frac{1}{3}$이 3개인 1
단위의 단위의 단위		$\frac{1}{12}$이 4개인 $\frac{1}{3}$이 3개인 1

❹ 통분의 필요성

1) 분수의 크기를 비교하기 위해 서로 다른 단위를 같은 단위로 맞춰야 하는 필요성

❺ 분모, 분자에 왜 0을 곱하면 안 되나요

1) 각각의 분수에서 분모와 분자에 0을 곱했을 때 어떻게 되는지 생각해 보도록 한다.

$\frac{1}{2}=\frac{1\times0}{2\times0}=\frac{0}{0}$ $\frac{1}{3}=\frac{1\times0}{3\times0}=\frac{0}{0}$ $\frac{1}{4}=\frac{1\times0}{4\times0}=\frac{0}{0}$

따라서 $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$이 되는 모순이 생기게 됨을 학생들이 경험할 수 있을 것이다

[5-1-5] 분수의 덧셈과 뺄셈 ----------[111 / 406]

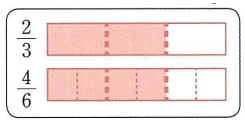
❶ 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서 어림의 중요성

❷ 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서의 단위 추론과 재귀적 분할의 중요성

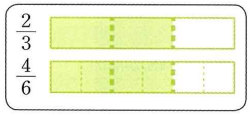
1) 단위의 구조

단위의 구조	통분할 때 '$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$'을 나타내는 과정	
단위		1
단위의 단위		$\frac{1}{3}$이 3개인 1
단위의 단위의 단위		$\frac{1}{12}$이 4개인 $\frac{1}{3}$이 3개인 1

2) 분수의 성질을 이용하는 방법



3) 재귀적 분할을 하는 방법



[5-2-1] 수의 어림과 범위 확인하기 ----------[112 / 407]

❶ 어림에 대한 이해

1) 어림수

2) 어림셈

3) 어림 측정

❷ 참값과 오차

❸ 어림하기

❹ 이상과 이하, 초과와 미만

[5-2-2] 분수의 곱셈 ----------[113 / 409]

❶ 분수의 곱셈에서 단위 추론의 중요성

❷ 분수의 곱셈에 관한 핵심 아이디어

1) 길이 모델을 활용

2) 넓이 모델을 활용

❸ 단위 추론을 통한 분수의 곱셈 교수 전략

1) 분수의 수치적 특성

2) 분수 곱셈의 맥락

(1) 묶음 상황 - (분수)×(자연수)에서 동수누가의 방법을 이용

① $6\times\frac{1}{3}$과 같이 (자연수)×(분수)에서 사탕 6개를 3묶음으로 나눈 것 중의 한 묶음으로 나타내는 것

② 자연수가 승수의 분모의 배수인 경우

(2) 비율 상황 - 승수가 배의 의미를 갖는 상황으로 모든 분수 상황에서 활용

(3) 넓이 상황 - 넓이의 의미를 단위 넓이가 가로와 세로에 각각 몇 번 들어가는지를 측정하는 것

① (분수)×(자연수)
- 묶음 상황으로 제시

② (자연수)×(분수)
- 자연수가 승수의 분모의 배수인 경우에는 몇 묶음으로 나눈 것 중의 몇 묶음 상황으로 접근
- 자연수가 승수의 분모와 서로소(공통되는 약수가 1밖에 없는 수)인 경우에는 비율 상황으로 제시하여 승수가 연산자로서의 분수임을 이해

③ (분수)×(분수)
- 넓이 모델을 이용하여 전체 단위가 가로와 세로로 몇 등분되는지 살펴보는 과정을 통해 분수의 곱셈 알고리즘과 연결

3) 분할 및 모델

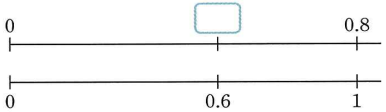
4) 학생의 이해 (오류 및 오개념)

[5-2-4] 소수의 곱셈 ----------[114 / 417]

❶ 소수의 곱셈

1) 소수의 곱셈 결과 어림하기 - 이중 수직선

(1) 0.8×0.6과 같은 (소수)×(소수)의 경우



0.8×0.6의 곱셈 결과 어림하기

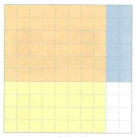
2) 소수 곱셈의 계산 방법

(소수)×(자연수)
① 곱하는 수가 자연수이므로 동수누가의 개념을 적용
② 분수의 곱셈을 바탕으로 소수를 분수로 나타내어 해결

(자연수)×(소수)
① 분수의 곱셈으로 해결
② 자연수의 곱을 이용하여 해결
③ 곱하는 수인 소수를 분수로 나타내어 등분할 분수의 의미를 적용

(소수)×(소수)
① 분수의 곱셈으로 해결
② 자연수의 곱을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

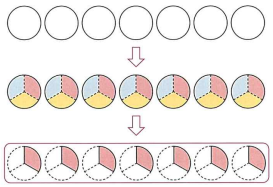
(1) 0.3×2와 같은 (소수)×(자연수) 동수누가방법 이용 수직선 모델
(2) 5×0.7과 같은 (자연수)×(소수) 구체물, 그림 이용
(3) 0.8×0.6과 같은 (소수)×(소수)의 경우 넓이 모델을 이용



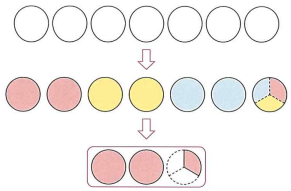
[6-1-1] 분수의 나눗셈 ----------[115 / 420]

❶ (자연수)÷(자연수)의 몫을 분수로 나타내기

1) [전략 1] 각 빵을 3등분해서 각 빵의 $\frac{1}{3}$씩 세 명에게 나누어 주면 한 명이 먹게 되는 빵의 양은 $\frac{7}{3}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)$이 된다.



2) [전략 2] 빵을 2개씩 3명에게 나누어 주고, 남은 빵 1개를 3명이 똑같이 나누어 가지면 된다. 이를 그림으로 나타내면 다음과 같고 한 명이 가지게 되는 빵의 양은 $2\frac{1}{3}\left(=2+\frac{1}{3}\right)$개가 된다.



❷ 자연수에서 나눗셈 연산을 분수 범위로 확장하기

1) 분수의 분자가 제수인 자연수의 배수가 되는 경우

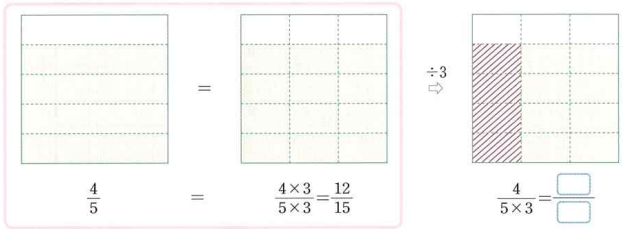
$$\frac{8}{9}\div 2=\frac{8\div 2}{9}=\frac{4}{9}$$

2) $\frac{3}{4}\div 2$처럼 분수의 분자가 제수인 자연수의 배수가 되지 않는 경우

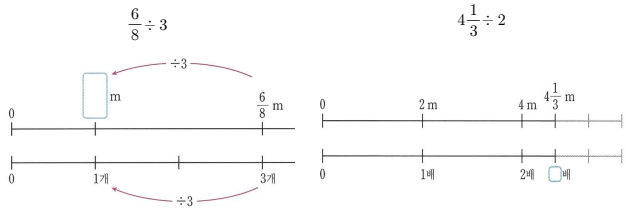
통분하여 동치분수로 분수를 바꾸는 과정 필요

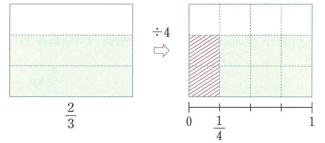
$$\frac{3}{4}\div 2=\frac{6}{8}\div 2=\frac{6\div 2}{8}=\frac{3}{8}$$

❸ 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 표현하기



❹ 이중 수직선을 활용한 (분수)÷(자연수) 지도

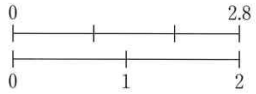




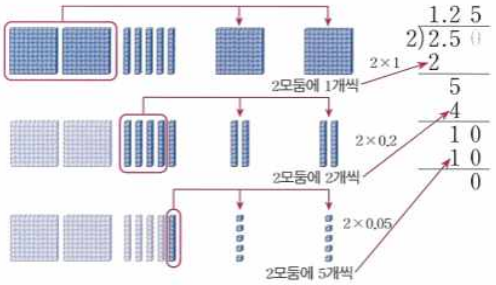
$\frac{2}{3}\div 4$의 몫은 $\frac{2}{3}$를 4등분한 것 중의 하나입니다.
이것은 $\frac{2}{3}$의 $\frac{1}{4}$이므로 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$입니다.

[6-1-3] 소수의 나눗셈 ----------[117 / 423]

❶ 소수의 나눗셈
❷ 자연수의 나눗셈과 소수의 나눗셈
1) 자연수의 나눗셈 지도 과정
2) 소수의 나눗셈 도입 - 나누는 수가 자연수인 나눗셈은 등분제로 도입
❸ 소수의 나눗셈 지도 방법
1) 수직선으로 도입



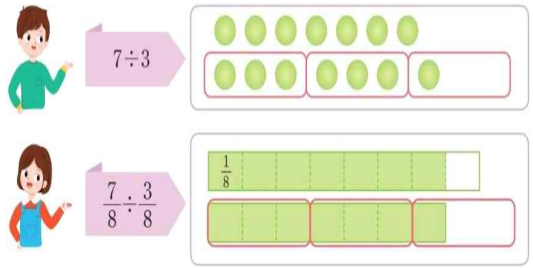
2) 분수로 고쳐서 계산
3) 형식화
❹ 구체적 활동을 이용한 소수의 나눗셈 지도
1) 비례 모델



2) 비비례 모델
❺ 소수의 나눗셈 단원의 구성

[6-2-1] 분수의 나눗셈 ----------[118 / 425]

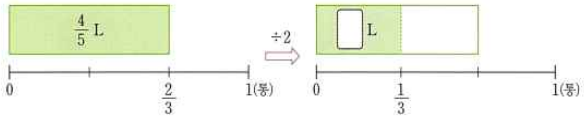
❶ 포함제 상황에서 분수의 나눗셈 지도



❷ 단위 비율 결정 상황의 의미
❸ 단위 비율 결정 상황에서 분수의 나눗셈 지도
1) (자연수)÷(분수)
2) (분수)÷(분수)

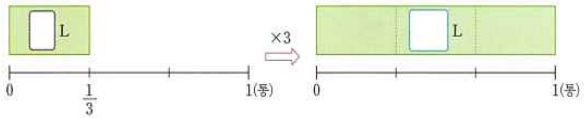
[나눗셈 상황: 단위 비율 결정 상황]
준기가 캔 조개 $\frac{4}{5}$ kg를 통에 담아 보니 통의 $\frac{2}{3}$가 채워졌습니다. 한 통을 가득 채울 수 있는 조개의 무게를 알아봅시다.

• 통의 $\frac{1}{3}$을 채울 수 있는 바닷물의 양은 어떻게 구할 수 있나요?



$\frac{4}{5}\div\square=\left(\frac{4}{5}\times\frac{1}{\square}\right)$(L)

• 한 통을 가득 채울 수 있는 바닷물의 양은 어떻게 구할 수 있나요?



$\frac{4}{5}\times\frac{1}{\square}\times\square$(L)

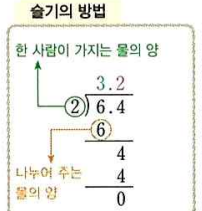
• $\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}$를 $\frac{4}{5}\times\frac{3}{2}$으로 나타낼 수 있는지 이야기해 보세요.
• (분수)÷(분수)를 (분수)×(분수)로 나타내는 방법을 이야기해 보세요.

([6-2-2] 소수의 나눗셈 ----------[121 / 426]

❶ 나누는 수가 소수인 나눗셈의 도입
1) 포함제를 통해 도입
❷ 나눗셈의 의미 확장
1) 단위 비율 결정
(1) 불특정한 비율(소수)로 주어진 값을 기본 단위에 해당하는 값으로 환산한 양을 구하는 것
(2) 예 무게가 1.75kg인 철봉의 길이를 재어 보았더니 0.5m였다. 이 철봉의 1m의 무게는 몇 kg인지 구하시오.
2) 곱셈의 역
3) 카테시안 곱의 역
❸ 소수의 나눗셈에서의 몫과 나머지
1) 자연수 범위에서의 몫과 유리수 범위에서의 몫
2) 소수의 나눗셈에서 몫과 나머지
3) 순환소수
4) 나누어 주고 남는 양

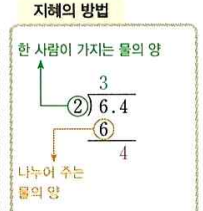
물 6.4 L를 한 사람에 2 L씩 나누어 줄 때 나누어 줄 수 있는 사람 수와 남는 물의 양을 구하려고 합니다. 세 친구의 계산 방법 중 누구의 방법이 옳은지 알아봅시다.

슬기의 방법



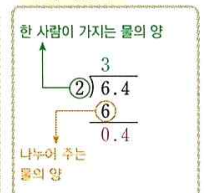
사람 수: 3명
남는 물의 양: 0.2 L

지혜의 방법



사람 수: 3명
남는 물의 양: 4 L

연수의 방법



사람 수: 3명
남는 물의 양: 0.4 L

수학 배경지식 뽀개기

제1부

교재구성 의도

국정 지도서 - 다양한 배경지식 제시 / 내용 이해에 다소 어려움

검정 지도서 - 특정 배경지식 자세히 설명 / 다양한 배경지식 결여

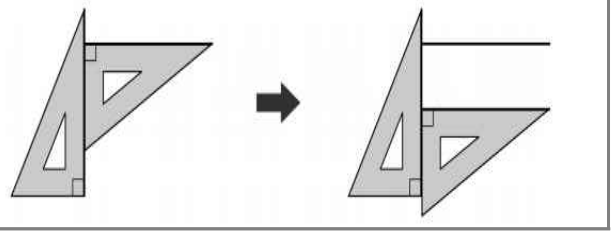
각론 뽀개기 - 국정 지도서 배경지식 + 교과서 + 참고자료를 중심으로 검정 지도서 병행

2024학년도 B – 2 문제

교사 A: '도형의 기초'와 관련하여 성취기준을 살펴봅시다. 선은 직선, 선분, 반직선을, 각은 직각, 예각, 둔각을 구별할 수 있어야 하며, 또 직선의 위치 관계를 이해할 수 있어야 합니다.

교사 B: 학생들을 지도할 때 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통하여 직선의 (㉠) 관계와 (㉡) 관계를 이해하도록 하는 것은 중요합니다.

교사 C: [그림 1]은 삼각자를 사용하여 직선의 위치 관계를 나타내는 과정입니다.



1) [그림 1]의 **직선의 위치 관계를 나타내는 과정**을 ㉠, ㉡을 모두 사용하여 설명하시오. [1점]

【정답: 출처 – 지도서 각론 배경지식】

· 먼저 놓은 삼각자의 한 변에 대해 주어진 직선과 그은 직선이 각각 서로 수직이 되기 때문에 삼각자를 사용하여 그은 두 직선이 서 평행하다

2022학년도 B – 1 문제

문제 리본 3m로 상자 하나를 묶을 수 있습니다. 리본 13.5m로 똑같은 크기의 상자를 묶을 때, 묶을 수 있는 상자 수와 남는 리본의 길이를 구해 보세요.

학생 A의 풀이

$$\begin{array}{r} 4.5 \\ 3\overline{)13.5} \\ 12 \\ \hline 15 \\ 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

답

• 묶을 수 있는 상자 수 : 4상자

• 남는 리본의 길이 : 0.5m

박 교사 : ㉢ **묶의 소수 부분인 0.5의 의미를 올바르게 해석하고, 0.5를 이용하여 남는 리본의 길이를 구하는 방법**을 지도해야겠습니다.

3) **'0.5'와 '남는 리본의 길이'라는 표현**을 포함하여 ㉢을 설명하시오. [1점]

【정답: 출처 – 지도서 각론 오류지도방안】

· 묶의 소수 부분인 0.5는 상자 하나를 묶는데 필요한 리본 3m의 0.5배를 뜻하므로 3m에 **0.5**를 곱한 1.5m가 **남는 리본의 길이**가 된다.

기출 문제 출제 방식 ▶ 교재구성

기출 문제 출제 방식

교사와 교사 대화 → 성취기준 관련 문항 / 지도서 각론 배경지식 관련 문항 → 지도서 각론 오류지도 관련 문항

교재 구성【P. 32 참고】

지도서 각론 → 내용체계 / 성취기준 / 배경지식 → 교과서 / 참고자료

교재 구성【P. 288 참고】

지도서 각론 → 오류 / 오개념 → 지도방안

[예시1] 국정 배경지식 나눗셈 계산 알고리즘

나눗셈에서 왼쪽 분배법칙은 성립하지 않지만 오른쪽 분배법칙은 성립한다. 곱셈 계산에서 부분 곱을 구하고 이를 더하여 답을 구하듯이, **나눗셈은 오른쪽 분배법칙을 사용하여 부분 몫을 구하고 이를 더하여 몫을 구하는 과정이 기본 원리이다. 예를 들면 875÷25는 다음과 같다.**

875÷25=(750+125)÷25=750÷25+125÷25=30+5=35

곱셈에서는 승수나 피승수를 자릿값을 가지고 분해하여 분배법칙을 적용하여 부분 곱을 구하는 과정이 쉬웠지만 나눗셈에서는 분배법칙을 적용하여 부분 몫을 구하기 위해 피제수를 어떻게 분해해야 할지가 명시적으로 드러나 있지 않다. 그래서 몫이 두 자리 수가 되는 나눗셈의 경우 몫의 십의 자리 부분을 먼저 어림하는 과정이 필요하다.

Q1 ▌왼쪽 분배법칙과 오른쪽 분배법칙의 의미는?

[예시2] 국정 배경지식 삼각형의 분류

오늘날과 같은 개념이지만 이등변삼각형에 대한 내용은 차이가 있다. 두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형, 세 변의 길이가 같은 삼각형을 정삼각형이라고 하여 정삼각형이 이등변삼각형의 특별한 유형으로 분류되는 포함적 관계로 간주하는 오늘날의 정의와 다르게 『원론』에서는 이등변삼각형은 두 변의 길이만 같은 삼각형으로 정의하여 **배타적인 분할적 정의**를 내리고 있는 것이다. 즉 『원론』의 방식은 변에 따른 분류나 각에 따른 분류가 모두 분할적 분류 체계에 해당하지만 오늘날의 방식은 변에 따른 분류는 **포함적 분류**, 각에 따른 분류는 **분할적 분류**이다.

Q2 ▌포함적 분류와 분할적 분류 의미는?

[예시3] 국정 배경지식 그림그래프의 왜곡

Q3 ▌왼쪽 그래프가 잘못 해석될 수 있는 이유는?

검정 배경지식 나눗셈 계산 알고리즘

예를 들어 72÷6은

72÷6=(60+12)÷6=60÷6+12÷6=10+2=12

72÷6=(30+42)÷6=30÷6+42÷6=5+7=12

와 같이 나누어지는 수를 분해하여 계산할 수 있지만 아래에서 볼 수 있듯이 **나누는 수는 분해하여 계산할 수 없다.**

72÷3+72÷3=24+24=48

72÷6≠72÷3+72÷3

자연수의 나눗셈은 곱셈과 달리 자릿값을 낮추어 계산할 수 있다. 예를 들어

540÷60=270÷30=90÷10=9÷1=9

와 같이 나누어지는 수와 나누는 수를 같은 수로 나눈 나눗셈의 몫은 모두 같다. 그러나 나머지가 있는 경우는 주의해야 한다. 예컨대 560÷60과 56÷6의 몫은 모두 9로 같지만 560÷60에서 나머지는 20이고 56÷6에서 나머지는 2이다.

560÷60=9 … 20, 56÷6=9 … 2

검정 배경지식 삼각형의 분류

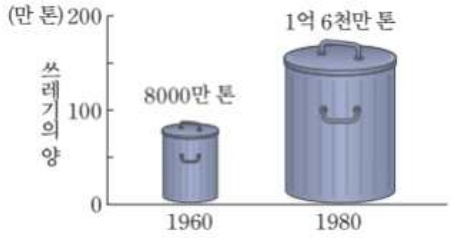
빌리어스(Villiers)의 다각형 분류에 대한 두 가지 관점을 살펴보면 다각형의 분류를 크게 계층적 분류와 분할적 분류로 구분하였다. **계층적 분류는 더 특별한 개념이 더 일반적 개념의 부분집합이 되게 하는 분류 양식이며 분할적 분류는 개념의 다양한 하위 요소가 공유하는 부분이 전혀 나타나지 않는 형태의 분류를 의미한다.**

우시스킨 외 (Usiskin et al.)도 삼각형의 정의가 포함적이냐 배제적이냐에 따라 변할 수 있다고 지적한다.

포함적 정의는 일반적인 대상에서 더 특별한 대상으로 계층적 위계를 형성하는 반면, 배제적 정의는 일반적인 대 상을 더 특별한 대상으로 분할하는 과정을 필요로 한다. 이를테면 모든 삼각형은 부등변삼각형, 이등변삼각형, 정삼각형으로 분할되며 이 경우 부등변삼각형은 '어떤 두 변도 길이가 같지 않은 삼각형', 이등변삼각형은 '정확하게 두 변의 길이가 같은 삼각형', 정삼각형은 '세 변의 길이가 같은 삼각형'으로 정의된다. 따라서 분할적 분류의 관점에서 이등변삼각형과 관련된 정리는 아래 표와 같이 변모되어야 한다

검정 배경지식 그림그래프의 왜곡

[그림 2]의 경우에도 20년 동안 쓰레기 배출량은 2배 증가하였지만 그래프에 제시된 그림에서는 **그림의 폭과 높이가 각각 2배씩 늘어나 넓이는 4배가 늘어났고, 부피는 8배가 늘어났기 때문에 잘못 표현되었음을 알 수 있다**



[그림 2]

2025학년도 - B - 1번 1)

지도 교사: 오늘은 분수의 나눗셈 지도 방법을 이야기해 볼까요? 수업을 준비하다가 생긴 의문이나 어려운 점을 이야기해 보세요.

예비 교사A: 다음은 지도서에서 '분수의 나눗셈' 단원에 제시된 학습 계열의 일부입니다. '분수의 나눗셈' 단원에는 (자연수)÷(자연수)의 몫을 분수로 나타내는 활동이 있습니다. 이 활동에서 다루는 내용은 학생들이 이미 학습한 분수 개념과 어떠한 차이가 있나요?

	학습 내용
선수학습	•분수의 개념 이해하기 •자연수의 나눗셈 계산 원리를 알아보고 계산하기
⬇	
본 학습	• (자연수) ÷ (자연수)의 몫을 분수로 나타내기 • (분수)÷(자연수)의 계산 원리 알아보고 계산하기
⬇	
후속 학습	• (분수) ÷ (분수)의 계산 원리 알아보고 계산하기 • (자연수)÷(분수)의 계산 원리 알아보고 계산하기

지도 교사: 이 단원의 목표 중 하나는 학생들이 ㉠자연수 범위에서의 나눗셈 알고리즘을 바탕으로, ㉡몫으로서 분수의 의미를 학습하는 것입니다. 이는 학생들이 분수를 처음 학습할 때 접하게 되는 ㉢전체에 대한 부분으로서 분수의 의미와 구별됩니다. 다음으로 학습 계열에 제시된 내용들이 서로 어떻게 연계되는지 알아보겠습니다.

예비 교사 B: 저는 (분수)÷(분수)의 계산을 다루는 교과서 내용을 살펴보았습니다. 교과서에서는 ㉣몫이 자연수가 되는 (분수)÷(분수)의 예를 먼저 다루고 있습니다. 이것은 학생들이 자연수의 나눗셈을 할 때 사용한 방법을 이용해서 분수의 나눗셈을 할 수 있도록 지도하기 위함인가요?

지도 교사: 그렇습니다. 학생들은 ㉤피제수에서 제수를 몇 번 빼면 0이 되는지 세어 보고, 그 횟수를 이용하는 방법으로 (분수)÷(분수)의 몫을 구할 수 있습니다

1) 9÷4의 계산 결과를 나타내는 나눗셈식을 밑줄 친 ㉠과 ㉡을 이용하여 각각 쓰시오. [1점]

2) $\frac{1}{5}$을 예로 들어, 밑줄 친 ㉢을 설명하시오. [1점]

3) ① 1보다 작은 서로 다른 두 수를 이용하여 밑줄 친 ㉣을 쓰고, ② 밑줄 친 ㉤을 이용하여 그 계산 과정과 결과를 쓰시오. [2점]

배경지식 찾아가기

몫으로서의 분수

몫으로서의 분수란 m, n이 자연수일 때 $m \div n = \frac{m}{n}$과 같이 나눗셈의 몫을 나타낸 분수를 말한다. 몫으로서의 분수가 유용함은 다음을 보면 알 수 있다.

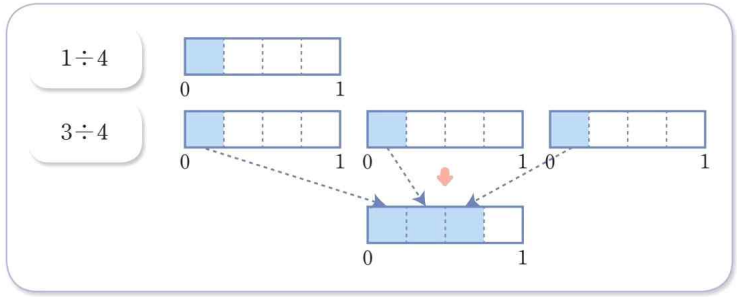
$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{5} = 3 \div 2 = \frac{3}{2}$$

실생활에서는 (자연수)÷(자연수)의 몫과 나머지를 구해야 하는 경우와 그 몫을 더 정확하게 나타내어야 하는 경우가 있다. 다음 두 문제를 예로 살펴보자.

[문제 1] 공책 7권을 3명이 똑같이 나누어 가질 때 한 명이 몇 권씩 가지게 되고, 몇 권이 남을까요?
[문제 2] 빵 7개를 3명이 똑같이 나누어 먹을 때 한 명이 먹는 빵의 양은 얼마인가요?

두 문제 모두 나눗셈식 $7 \div 3 = 2 \cdots 1$로 나타낼 수 있고, 이때 몫은 2이고, 나머지는 1이다. [문제 1]에서는 한 명이 공책을 2권씩 가지게 되고, 1권이 남을 것이다. [문제 2]에서도 한 명이 빵을 2개씩 먹고, 1개가 남는다고 할 수도 있지만, 남는 빵 1개도 3명이 똑같이 나누어 먹을 수 있으므로 한 명이 $2\frac{1}{3}$개의 빵을 먹게 된다. 따라서 나눗셈의 몫으로서 분수를 지도할 때 주어지는 상황은 [문제 2]와 같이 낱개가 부분으로 나누어지는 것이 의미가 있는 상황이어야 한다.

몫으로서 분수는 $1 \div 4$, $3 \div 4$와 같이 몫이 1보다 작은 경우부터 지도한다. 이때, 모델과 나눗셈의 의미, 분수의 의미를 통합하여 다음과 같이 지도할 수 있다.

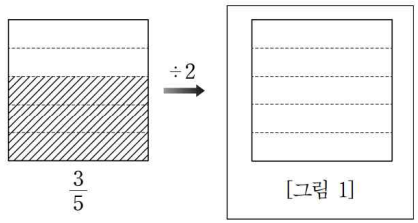


2023학년도 - B - 1번 1) 2)

지도 교사 : 오늘은 분수의 나눗셈 학습에 어려움을 겪는 학생들을 지원할 수 있는 방안을 살펴보도록 하겠습니다. 분수의 나눗셈에서 학생들이 겪는 어려움에 대해 이야기해 볼까요?

예비 교사 A : ㉠(분수)÷(자연수)의 몫을 구하는 수업을 참관한 적이 있었는데, $\frac{3}{5}\div 2$의 몫을 구할 때 ㉡나누어지는 수를 동치분수로 나타내는 것을 어려워했습니다. 이는 어떤 모델을 이용해서 지도할 수 있을까요?

지도 교사 : 영역 모델을 이용해서 (분수)÷(자연수)의 몫을 구하는 과정을 알아보면 학생들에게 도움이 됩니다. 학생들이 $\frac{3}{5}\div 2$의 몫을 구하는 과정과 몫 [그림 1]에 나타내고 (ⓐ)(으)로 표현하여 그 의미를 살펴보게 해야 합니다.



예비 교사 B : 제가 참관한 수업에서는 (분수)÷(자연수)를 분수의 곱셈으로 나타낼 수 있는 이유를 어려워하는 학생이 있었습니다. 이를 어떻게 설명할 수 있을까요?

지도 교사 : 이 경우에도 [그림 1]의 영역 모델을 이용해서 ㉢(분수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타낼 수 있는 이유에 대해 학생들에게 제시할 설명을 준비할 수 있습니다. 다만, 학생들이 (분수)÷(자연수)의 몫을 나타내는 영역을 다른 방식으로 표현하는데 어려움을 겪을 수 있음에 주의해야 합니다. 구체적으로, 학생들은 ㉣$\frac{3}{5}$을 2등분한 것 중의 하나를 $\frac{3}{5}$의 (ⓑ)(으)로 표현하는 것을 어려워할 수 있으므로 이를 주의하여 지도할 필요가 있습니다.

1) ㉠과 ㉡을 모두 고려하여, ① ⓐ에 알맞은 식을 쓰고, ② [그림 1]에 알맞은 그림을 그리시오. [2점]

2) ① ⓑ에 알맞은 수를 쓰고, ② ㉣를 이용하여 $\frac{3}{5}\div 2$를 예로 들어 ㉢을 쓰시오. [2점

배경지식 찾아가기

(분수)÷(자연수)를 분수의 곱셈으로 나타내기

피제수인 분수의 분자가 제수인 자연수로 나누어떨어지지 않는 (분수)÷(자연수)는 다음과 같이 계산할 수 있음을 지도하였다.

$$\frac{3}{5}\div 4=\frac{3\times 4}{5\times 4}\div 4=\frac{3}{5\times 4}=\frac{3}{20}$$

여기서 $\frac{3}{5\times 4}$을 $\frac{3\times 1}{5\times 4}$로 바꾸어 $\frac{3}{5}\div 4=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$로 지도할 수 있다. 이 과정은 논리적으로 명료하지만 나눗셈과 분수의 의미, 분수의 곱셈의 의미 등을 통합하여 설명하지는 못한다.

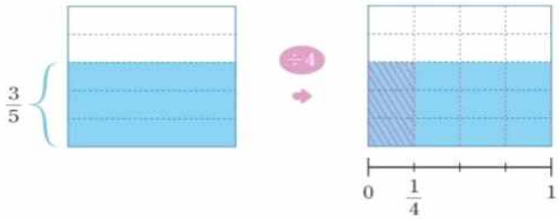
한편, 분수의 곱셈을 지도할 때 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$을 $\frac{3}{5}$의 $\frac{1}{4}$로 생각할 수 있는 상황을 통하여 도입하고, 이를 **영역 모델**을 이용하여 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$을 $\frac{3\times 1}{5\times 4}$로 계산해 보았다. 또, $\frac{1}{4}$은 전체를 똑같이 4로 나눈 것 중의 1이라고 배웠다.

$\frac{3}{5}\div 4$를 나눗셈의 의미로 파악하면 $\frac{3}{5}$을 4등분한 것 중의 1로 생각할 수 있고 이것은 $\frac{3}{5}$의 $\frac{1}{4}$이므로 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$로 나타낼 수 있다. (분수)÷(자연수)를 분수의 곱셈으로 바꾸는 연결 고리는 '÷(자연수)'를 '~의$\frac{1}{(\text{자연수})}$'로 생각할 수 있다는 사실이다. 이를 요약하면 다음과 같다.

$\frac{3}{5}\div 4$ ➡ $\frac{3}{5}$를 4등분한 것 중의 하나 ➡ $\frac{3}{5}$의 $\frac{1}{4}$ ➡ $\frac{3}{5}\div 4=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$

이를 바탕으로 분수의 곱셈에서 배운 내용과 적절한 분수 모델을 이용하여 (분수)÷(자연수)를 다음과 같이 지도할 수 있다.

• 그림을 이용하여 $\frac{3}{5}\div 4$를 분수의 곱셈으로 나타내어 구해 보세요.



$\frac{3}{5}\div 4$는 $\frac{3}{5}$을 4등분한 것 중의 하나입니다. ➡ $\frac{3}{5}$의 $\frac{1}{4}$ ➡ $\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$

$$\frac{3}{5}\div 4=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{20}$$

수와 연산 배경지식

1. 2022개정 1-6학년 내용 체계 + 성취기준
2. 검정 지도서 각론 구조화
   배경지식을 중심으로 + 교과서 + 참고자료
   배경지식 – 질의 응답 Q&A로 교재구성
3. 단원별 초등 · 중등 기출문제

(1) 수와 연산

핵심 아이디어	· 사물의 양은 자연수, 분수, 소수 등으로 표현되며, 수는 자연수에서 정수, 유리수, 실수로 확장된다. · 사칙계산은 자연수에 대해 정의되며 정수, 유리수, 실수의 사칙계산으로 확장되고 이때 연산의 성질이 일관되게 성립한다. · 수와 사칙계산은 수학 학습의 기본이 되며, 실생활 문제를 포함한 다양한 문제를 해결하는 데 유용하게 활용된다.

범주 \ 구분	내용 요소		
	초등학교		
	1~2학년	3~4학년	5~6학년
지식 · 이해	· 네 자리 이하의 수 · 두 자리 수 범위의 덧셈과 뺄셈 · 한 자리 수의 곱셈	· 다섯 자리 이상의 수 · 분수 · 소수 · 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 · 자연수의 곱셈과 나눗셈 · 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 · 소수의 덧셈과 뺄셈	· 약수와 배수 · 수의 범위와 올림, 버림, 반올림 · 자연수의 혼합 계산 · 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 · 분수의 곱셈과 나눗셈 · 소수의 곱셈과 나눗셈
과정 · 기능	· 자연수, 분수, 소수 등 수 관련 개념과 원리를 탐구하기 · 수를 세고 읽고 쓰기 · 자연수, 분수, 소수의 크기를 비교하고 그 방법을 설명하기 · 사칙계산의 의미와 계산 원리를 탐구하고 계산하기 · 수 감각과 연산 감각 기르기 · 연산 사이의 관계, 분수와 소수의 관계를 탐구하기 · 수의 범위와 올림, 버림, 반올림한 어림값을 실생활과 연결하기 · 자연수, 분수, 소수, 사칙계산을 실생활 및 타 교과와 연결하여 문제해결하기		
가치 · 태도	· 자연수, 분수, 소수의 필요성 인식 · 사칙계산, 어림의 유용성 인식 · 분수 표현의 편리함 인식 · 수와 연산 관련 문제해결에서 비판적으로 사고하는 태도		

원리 탐구 수업 모형

새로운 문제 상황 제시	- 새로운 문제 상황을 제시함으로써 학생들의 인지적 갈등 유도하기
수학적 원리의 필요성 인식	- 이전에 습득한 지식을 활용하여 문제 해결 방법을 탐색함으로써 일반적인 수학적 원리의 필요성을 인식하기
수학적 원리가 내재된 조작 활동	- 학습해야 할 수학적 원리가 내재되어 있는 조작활동 하기
수학적 원리의 형식화	- 수학적 원리를 형식화 하기
수학적 원리 익히기 및 적용하기	- 형식화한 수학적 원리를 익히고 적용하기

수와 연산 1~2학년 성취기준

[1] 네 자리 이하의 수

[2수01-01] 수의 필요성을 인식하면서 0과 100까지의 수 개념을 이해하고, 수를 세고 읽고 쓸 수 있다.
[2수01-02] 일, 십, 백, 천의 **자릿값과 위치적 기수법**을 이해하고, 네 자리 이하의 수를 읽고 쓸 수 있다.
[2수01-03] 네 자리 이하의 수의 범위에서 수의 계열을 이해하고, 수의 크기를 비교할 수 있다.
[2수01-04] 하나의 수를 두 수로 **분해**하고 두 수를 하나의 수로 **합성**하는 활동을 통하여 수 감각을 기른다.

[2] 두 자리 수 범위의 덧셈과 뺄셈

[2수01-05] 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 실생활 상황과 연결하여 **덧셈과 뺄셈의 의미**를 이해한다.
[2수01-06] 두 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.
[2수01-07] **덧셈과 뺄셈의 관계**를 이해한다.
[2수01-08] 두 자리 수의 범위에서 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
[2수01-09] □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식을 만들고, □의 값을 구할 수 있다.

[3] 한 자리 수의 곱셈

[2수01-10] 곱셈이 이루어지는 실생활 상황과 연결하여 **곱셈의 의미**를 이해한다.
[2수01-11] **곱셈구구**를 이해하고, 한 자리 수의 곱셈을 할 수 있다.

(가) 성취기준 해설

- [2수01-06] 덧셈은 두 자리 수의 범위에서 다루되, 합이 세 자리 수인 경우도 포함한다.

(나) 성취기준 적용 시 고려 사항

- '수와 연산' 영역에서는 용어와 기호로 **'덧셈, 뺄셈, 곱셈, 짝수, 홀수,** +, −, ×, =, >, <'를 다룬다.
- **자연수가 개수, 순서, 이름 등을 나타내는 경우가 있음을 알고**, 실생활에서 수가 사용되는 사례를 통하여 네 자리 이하의 수의 필요성을 인식하게 한다.
- **두 자리 수를 10개씩 묶음과 낱개로 나타내게 함으로써 위치적 기수법의 기초 개념**을 형성하게 한다.
- 저학년 학생들의 한글 학습 정도를 고려하여 수를 '여덟', '마흔아홉', '칠십육', '첫째' 등과 같이 한글로 쓰게 하는 것은 지양한다

수와 연산 1~2학년 성취기준

- 수 세기가 필요한 장면에서 **묶어 세기, 뛰어 세기의 방법**으로 수를 세어 보게 한다.
- 짝수와 홀수는 20 이하의 수의 범위에서 다루고, 실생활 상황에서 둘씩 묶어 보는 활동을 통하여 짝수와 홀수를 직관적으로 이해하게 한다.
- 십의 자리 수가 0인 세 자리 수, 백의 자리 수나 십의 자리 수가 0인 네 자리 수를 활용하여 **자릿값**을 이해하게 할 수 있다.
- **수를 분해하고 합성하는 활동**은 20 이하의 수의 범위에서 한다.
- '**~보다 ~만큼 더 큰 수**', '**~보다 ~만큼 더 작은 수**', '**더한다**', '**합한다**', '**뺀다**', '**덜어 낸다**', '**합**', '**차**' 등의 일상 용어를 사용하여 덧셈과 뺄셈의 의미에 친숙하게 한다.
- 한 자리 수인 두 수를 바꾸어 더해 보고 그 결과를 비교하는 활동을 통하여 **덧셈의 교환법칙**을 직관적으로 이해하게 한다.
- **덧셈과 뺄셈을** 여러 가지 방법으로 계산하는 활동을 통하여 연산 감각을 기르게 하되, 이를 지나치게 형식화하여 다루지 않는다.
- 학생들에게 친근한 실생활 상황을 이용하여 덧셈과 뺄셈에 관련된 문제를 만들고 해결하게 한다.
- 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식에서 **등호(=)의 양쪽에 있는 양이 서로 같음**을 이해하게 한다.
- 한 가지 상황을 간단한 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내는 활동을 통하여 **덧셈과 뺄셈의 관계를 이해**하게 한다.
- 세 수의 덧셈에서는 세 수를 앞에서부터 순서대로 더한 결과와 합이 10이 되는 두 수를 먼저 더하고 나머지 수를 더한 결과를 비교하는 활동을 통하여 **덧셈의 결합법칙**을 직관적으로 이해하게 한다.
- □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식은 □의 값을 직관적으로 구할 수 있는 수준으로 다룬다.
- 곱셈의 의미는 **배의 개념과 동수누가**를 통하여 다루고, 1의 곱과 0의 곱은 실생활과 관련지어 다룬다.
- 곱셈표를 이용해서 두 수를 바꾸어 곱해도 곱이 같음을 비교하는 활동을 통하여 **곱셈의 교환법칙**을 직관적으로 이해하게 한다.
- '수와 연산' 영역의 문제 상황에 적합한 문제해결 전략을 지도하여 문제해결 역량을 기르게 한다.

질의응답(Q&A)

Q1 자연수의 의미에는 어떤 것이 있나요?

A1 자연수는 상황에 따라 **집합수, 순서수, 이름수, 측정수**의 의미가 있습니다. 이 단원에서는 집합수, 순서수, 이름수의 의미를 이해하도록 지도하지만 학생들에게 용어 자체를 사용하지는 않습니다.

집합수 →	• 집합수는 어떤 집합의 원소가 몇 개인가를 나타낼 때 사용하는 수이다. 집합수는 초등학교에서 수를 도입하는 전형적인 방식으로 집합수를 결정하려면 **수 세기**가 선행되어야 한다. 또한 두 집합의 각 원소들 사이에 **일대일대응**이 이루어지면 **집합수**는 같다. 친숙한 대상으로부터 수를 **추상화**하고 대응이 학생에게 쉽게 학습된다는 점에서 장점이 있다. 공깃돌 '5'개, 공책 '5'권, 연필 '5'자루에서 '5'는 집합수이다.
순서수 →	• 순서수는 대상이 순서대로 나열되었을 때 **상대적인 위치**를 나타내는 수이다. 순서수는 '첫째, 둘째, 셋째, 넷째, 다섯째.....'를 '1, 2, 3, 4, 5.....'와 같이 순서를 나타내기 위해 사용하는 수를 의미한다. 달력의 날짜(5월 5일), 대기 번호표(5번), 층수(5층)에서 '5'는 순서수이다
이름수 →	• 이름수 또는 명목수는 사물에 이름을 붙이거나 분류하기 위한 목적으로 사용하는 수이다. 운동선수의 등 번호, 자동차의 번호판, 우편 번호, 전화번호 등과 같이 개수나 순서를 고려하지 않고 **단순히 대상을 확인하려고 정보를 제공하는 것**이 이름수이다. 5번 버스, 출석 번호 5번, 아파트 5동에서 '5'는 모두 사물의 이름 대신에 부여한 이름수이다.
측정수 →	• 측정수는 **연속량인 대상을 측정한 결과를 나타내는 수**로 단위의 배수로서 수의 의미이다. 길이, 무게, 들이, 부피, 시간 등은 세어서 나타내는 것이 아니라 양을 측정한 결과이다. 5`m, 5`kg, 5`mL, 5`cmÜ`, 5시간에서 '5'는 측정수이다

질의응답(Q&A)

Q2 수 세기를 하려면 어떤 원리가 요구되나요?

A2 수 세기를 하려면 수 이름과 수의 순서를 알고 있어야 하며 **일대일대응의 원리, 안정된 수 이름의 원리, 순서 무관의 원리, 기수의 원리, 추상의 원리**가 요구됩니다.

• 수 세기는 수의 값을 부르는 복잡한 과정이다. 수 세기를 하는 과정은 '하나'부터 시작하여 일련의 수 이름을 순서대로 말하는 행위와 수 이름을 말할 때 사물을 하나씩 대응하는 행위로 이루어진다. 따라서 수 세기를 하려면 수 이름과 수의 순서를 알고 있어야 한다. 수 세기에는 기계적인 수 세기와 합리적인 수 세기가 있다. **'기계적인 수 세기'**란 수 이름을 단지 암기해서 말하는 수 세기를 의미하고, **'합리적인 수 세기'**란 물체와 연결하여 수 세기를 하는 것으로 수 이름을 말하면서 물체의 수를 세는 것을 말한다. 합리적인 수 세기를 하려면 다음과 같은 원리가 요구된다. 이러한 수 세기의 원리를 정확하게 인지하지 못하는 경우 다양한 오류를 보이게 된다. 따라서 수 세기의 원리를 따라야 합리적인 수 세기가 가능하다.

일대일대응의 원리 →	• 세는 대상에는 하나의 수 이름이 할당된다. 즉, 대상과 수 이름 사이에 일대일대응을 할 수 있어야 한다는 것이다
안정된 수 이름의 원리 →	• 대상을 셀 때 수 이름은 정해진 순서대로 사용해야 한다. '하나, 둘, 셋, 넷, 다섯.....' 또는 '일, 이, 삼, 사, 오.....'와 같이 수 이름은 항상 고정된 순서로 사용해야 한다.
순서 무관의 원리 →	• 수 이름은 순서대로 명명해야 하지만 세려는 대상의 순서는 고정되지 않는다. 각각의 대상을 한 번씩 세기만 하면 된다. 즉, 어떤 순서로 세어도 그 결과는 같다는 것이다.
기수의 원리 →	• 대상의 개수는 마지막 대상을 셀 때 사용한 수 이름이다.
추상의 원리 →	• 셀 수 있는 대상은 그것이 어떤 사물인지에 상관없이 셀 수 있고, 구체적인 사물뿐만 아니라 상상의 것도 셀 수 있다

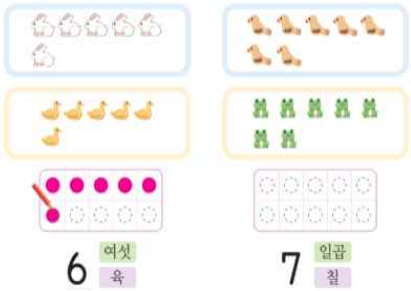
질의응답(Q&A)

Q1 수 개념과 수 감각은 어떻게 지도할까요?

A1 수 개념과 수 감각은 입학하기 전의 수 세기 경험을 바탕으로 **모델, 수 이름, 수학적 기호**를 연결하고, 수들 사이의 관계를 이해하도록 지도합니다

- 학생들은 입학하기 전부터 이미 실생활에서 수를 다루며 수 세기 경험을 하게 된다. 자연수를 지도할 때는 이러한 수 세기 경험을 바탕으로 수를 형식화하고 확장한다. 교실에 놓인 물건이나 사진 속의 사물들, 동화 속의 등장인물과 소재 등을 세어 보는 활동에서 사물의 개수로서의 자연수의 의미를 이해하게 한다. 수 개념을 이해하도록 하려면 **모델(시각적 표현), 수 이름(언어적 표현), 수학적 기호(숫자)**를 연결하고, 다양한 대상과 경험에서 수 개념을 추상화하도록 지도한다.

◆ 수를 알아봅시다



- 수 감각은 이후의 계산력 발달에 필수 조건이다. 5개 또는 6개로 이루어진 작은 묶음의 대상을 시각적으로 인식하고, 그 개수를 올바르게 말할 수 있어야 한다. 이런 즉각적인 인식은 시간을 절약하고, 좀 더 세련된 수 세기 기능을 개발시키며 이후의 덧셈과 뺄셈의 발달에 도움이 된다. **작은 묶음에서 대상의 개수를 시각적으로 인식하는 활동**은 '더 많다, 더 적다, 앞에, 뒤에, 하나 더 많다, 하나 더 적다'와 같은 중요한 용어를 도입하고 사용하는 기회를 제공한다.

- 더 나은 수 감각을 개발하려면 5까지의 수를 가르칠 때 규칙성에 초점을 맞추어야 하고, 시각적 인식 기능을 강조해야 한다. 십 배열판, 수직선, 100까지의 수 배열표와 같은 도구는 10까지 그리고 그 이상의 수들 간의 관계를 탐구하고 이해하는 데 훌륭한 도구이다.

- 수 세기 기능은 초등학교에 입학하기 전부터 시작되지만 숫자를 쓰기에 적절한 시기가 되기 전까지는 세심하고 체계적인 지도하에 개념 발달이 이루어져야 한다. 합리적인 수 세기를 위해서는 **일대일대응의 원리, 안정된 수 이름의 원리, 순서 무관의 원리, 기수의 원리**와 같은 수 세기 원리를 따라야 한다. 수 세기에는 여러 가지 수준이 있지만 궁극적으로 기계적인 수 세기부터 시작해서 **앞으로 또는 거꾸로 세기, 뛰어 세기**로 발전한다. 수 세기 기능은 초등학교 중간 학년에서도 계속 발전하며, 때로는 일생에서 점점 더 세련되게 발전한다. 말로 하는 수 세기는 수들을 쓰는 기능으로 발전한다.

- 0부터 10까지의 수에 대한 수 개념과 수 세기 기능은 더 큰 수의 유의미한 발달에 필수이다. 학생들은 **사물의 집합, 수 이름, 숫자, 수들 사이의 순서 관계**를 확실히 이해해야 한다. 이러한 지식은 초등학교 수학의 성공적인 학습에 기초가 되고 큰 수와 **자릿값**을 이해하는 데 필요하다

질의응답(Q&A)

Q2 수를 읽고 쓸 때 유의할 점은 무엇인가요?

A2 수 읽기에서는 수사를 정확히 사용하여 수를 읽어야 수가 나타내는 정확한 의미를 표현할 수 있습니다. 또한 숫자는 필순과 모양에 따라 바른 순서로 쓸 수 있도록 지도합니다.

- 우리나라는 수를 읽을 때 **우리말 수사와 한자어 수사**를 사용하는 방법을 동시에 사용한다. 이 점은 학생들이 수를 읽을 때 혼란을 겪는 부분이기도 하다. 따라서 수를 세거나 읽는 방법을 지도할 때 이 두 가지 방법을 모두 다루어야 한다. 다만, 우리말 수사를 사용할 경우에는 우리말로만 읽도록 하고, 한자어 수사를 사용할 경우에는 한자어로만 읽도록 한다. 예컨대, 67은 '예순일곱' 또는 '육십칠'로 읽고 '육십일곱'으로 읽지 않도록 한다. 우리말 수사와 한자어 수사는 그것이 사용되는 맥락이나 방식에 차이가 있다.

우리말 수사 →	• 개수나 횟수를 나타낼 때, 순우리말 단위가 붙을 때 사용한다. 즉, **이산량과 관련된 집합수**를 나타낼 때 사용한다. 예를 들어 사과 다섯 개, 나이 일곱 살 등을 나타낼 때 우리말 수사를 사용한다. 똑같이 나이를 소개할 때 숫자 뒤에 오는 단위에 따라 같은 수를 다르게 읽어야 하는 상황도 있다. 예컨대, 나이를 말할 때 일곱 살 또는 칠 세라고 말하지만 일곱 세 또는 칠 살이라고 말하지 않는다.
한자어 수사 →	• **차례나 번호를 붙일 때, 측정한 값을 나타낼 때, 한자어 단위가 붙을 때** 사용한다. 즉, 순서수, 이름수, 연속량의 측정수인 경우 사용한다. 예를 들어 아파트의 동수를 나타내는 5동, 자기 반을 소개하는 1학년 5반, 물건의 길이를 나타내는 5 cm 등을 읽을 때 한자어 수사를 사용한다.
수사를 구분해야 하는 까닭 →	• 상황에 따라 어떤 수사를 사용하는지에 대한 원칙과 관습이 존재할 뿐만 아니라 어떤 수사를 사용하느냐에 따라 전혀 다른 의미로 해석될 수 있기 때문이다. **예를 들어 책을 '다섯 쪽' 읽었다는 말과 '오 쪽' 읽었다는 말은 전혀 다른 의미로 읽힌다. 전자의 경우 횟수 또는 개수를 강조하는 것으로 읽고 있는 책의 1쪽부터 5쪽까지 모두 읽었다는 양의 의미를 나타내는 반면, 후자의 경우는 읽고 있는 쪽 중 5번째 쪽을 읽었다는 순서와 차례의 의미를 강조하는 표현이다. '5번'을 '다섯 번'으로 읽으면 횟수를 나타내지만, '오 번'이라고 읽으면 반 번호와 같이 이름수를 나타내게 된다. '5학년'을 '오학년'으로 읽으면 이름수를 의미하고, '다섯 학년'이라고 읽으면 학년이 다섯 개 있다는 집합수를 의미하게 된다.** 따라서 수사를 정확히 사용하여 수를 읽어야 수가 나타내는 정확한 의미를 표현할 수 있다.
숫자 쓰기 지도 →	• 숫자는 필순과 모양에 따라 바른 순서로 쓸 수 있도록 한다. 다만 눈과 손 사이의 조정 능력 부족 등 숫자 쓰기에 어려움이 있는 경우 손가락으로 써 보기, 점선으로 주어진 수 따라 써 보기 등으로 수 쓰기에 익숙해지도록 한다.

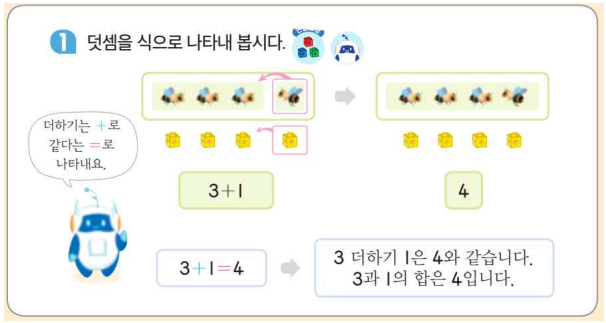
질의응답(Q&A)

Q1 **실생활에서 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 상황에는 어떤 것들이 있나요?**

A1 덧셈과 뺄셈이 필요한 상황은 크게 **첨가, 합병, 제거(구잔), 비교(구차)**의 상황으로 구분할 수 있습니다.

첨가 상황 →

- 첨가 상황은 **순차적으로 일어나며, 물리적인 행동이 수반되어 처음 있던 양이 증가하는 변화와 관련된 상황**이다. 예를 들면 "꽃 위에 벌 3마리가 앉아 있었는데 1마리가 더 날아왔습니다. 벌은 모두 몇 마리입니까?"와 같은 상황이다



합병 상황 →

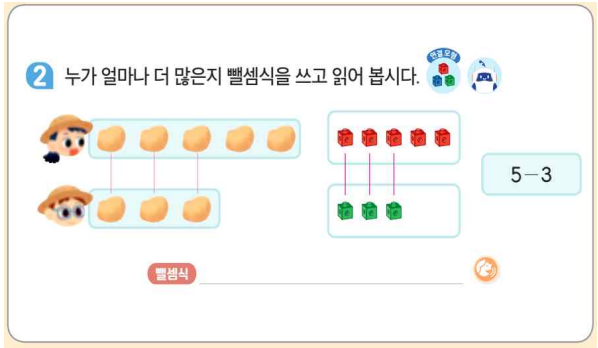
- 합병 상황은 **동시에 일어나며, 물리적인 행동이 수반되지 않는 상황**이다. 예를 들면 "왼쪽에는 노란 나비 2마리가 앉아 있고, 오른쪽에는 흰 나비 3마리가 앉아 있습니다. 나비는 모두 몇 마리입니까?"와 같은 상황이다

제거 상황 →

- 제거 상황은 **처음 있던 양에서 뺀 나머지를 구하며 감소하는 변화와 관련된 상황**이다. 예를 들면 "딸기 4개 중 1개를 땄습니다. 딸기는 몇 개 남았습니까?"와 같은 상황이다.

비교 상황 →

- 비교 상황은 **두 집합의 양의 차를 구하는 것과 관련되는 상황**이다. 예를 들면 "여학생은 감자 5개를 가지고 있고, 남학생은 감자 3개를 가지고 있습니다. 여학생은 남학생보다 감자를 몇 개 더 가지고 있습니까?"와 같은 상황이다.



질의응답(Q&A)

Q1 연산의 성질이 일관되게 적용된다는데, 덧셈의 성질에는 무엇이 있나요?

A1 덧셈의 성질에는 **교환법칙, 결합법칙, 덧셈에 대한 항등원** 등이 있습니다.

교환법칙 →

- 덧셈의 경우 더하는 순서를 바꾸어도 결과는 같다. 이를 덧셈의 교환법칙이라고 한다.

a, b가 자연수이면, a+b=b+a

예를 들면 여학생이 가진 달걀의 수를 먼저 더한 6+2이나 남학생이 가진 달걀의 수를 먼저 더한 2+6이나 그 합은 같다. 6+2보다 2+6을 더 어려워하는 학생들이 있으며, 이러한 경우 덧셈의 교환법칙을 이용하면 쉽게 계산할 수 있다.

결합법칙 →

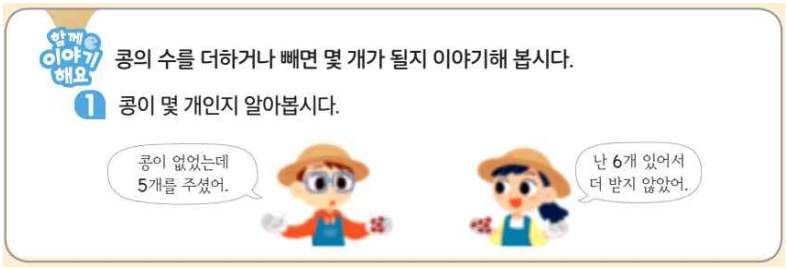
- 셋 이상의 수를 더할 때 순서를 바꾸어 더해도 그 합은 같다. 이를 덧셈의 결합법칙이라고 한다.

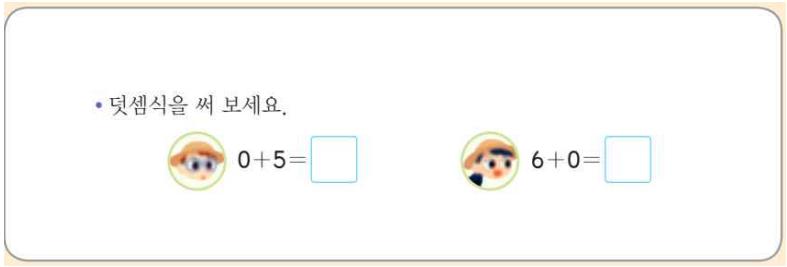
a, b, c가 자연수이면, (a+b)+c=a+(b+c)

1학년 2학기에 학습하는 세 수의 덧셈을 할 때, 유용하게 활용할 수 있다. 예를 들면 3+6+4의 경우 3+6=9를 계산한 후 4를 더하는 것보다 6+4=10을 계산한 후 3과 10을 더하는 것이 더 편리하다.

덧셈에 대한 항등원 →

- 모든 자연수 a에 대하여 **a+e=e+a=a**인 e가 존재한다. 이때 **e**를 덧셈에 대한 항등원이라고 하며, 덧셈에 대한 항등원은 0이다. 어떤 수에 0을 더하면 그 자신의 수가 나오게 되며, 예를 들면 0에 5를 더하면 5, 6에 0을 더하면 6이 나오게 된다.





질의응답(Q&A)

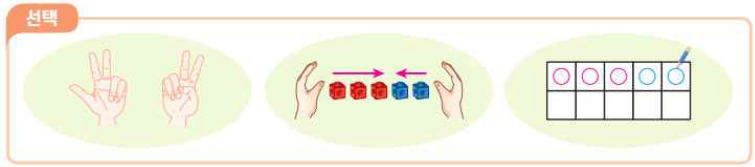
Q2 덧셈과 뺄셈을 학습할 때 학생들은 어떤 전략을 사용할 수 있나요?

A2 학생들은 구체물, 그림, 손가락 등을 활용하여 수 세기(모두 세기, 이어 세기)에 기초한 전략, 수 지식에 기초한 전략 등의 계산 전략을 사용하여 계산할 수 있습니다.

덧셈과 뺄셈의 학습을 돕는 인지적 자원 →

- 구체적 조작물, 그림, 손가락 등은 학생들이 덧셈과 뺄셈을 학습하는 데 도움을 줄 수 있다. 구체적 조작물의 경우 연결 모형, 수 모형, 바둑돌, 공깃돌, 자석, 빨대 등을 사용할 수 있으며 그림의 경우에도 상황적인 그림과 수학적인 그림 등 다양한 수준의 그림을 사용할 수 있다. 예들 들면 '덧셈을 해 볼까요' 차시에서는 **손가락, 연결 모형, 십 배열판**을 사용하여 덧셈의 학습을 돕는다.

3+2를 여러 가지 방법으로 알아봅시다



수 세기에 기초한 전략 →

- 덧셈과 뺄셈을 할 때, **모두 세기, 이어 세기, 거꾸로 세기** 등 다양한 수 세기 전략을 사용할 수 있다. 예를 들면 3+2는 1, 2, 3, 4, 5로 모두 세어 5라고 하거나 3, 4, 5와 같이 이어 세어 5라고 답할 수 있다. 9-3은 8, 7, 6과 같이 거꾸로 세어 6이라고 답할 수 있다. 딸기의 수를 어떻게 구할

수 지식에 기초한 전략 →

- 덧셈과 뺄셈을 할 때, 학생들이 알고 있는 다양한 수 지식을 사용할 수 있다. 예를 들면 학생들은 **빼는 수가 1씩 커질 때마다 차는 1씩 작아진다**는 수 지식을 알 수 있다. 이를 이용하여 6-0=6, 6-1=5, 6-2=4, 6-3=3이라고 구할 수 있다.

질의응답(Q&A)

Q1 수 세기 전략에는 어떤 것들이 있나요?

A1 **앞으로 세기, 거꾸로 세기, 뛰어 세기**가 있으며 다양한 수 세기 전략을 경험하며 수 감각을 키울 수 있도록 하되, 1학년 1학기에는 앞으로 세기를 중점적으로 지도합니다.

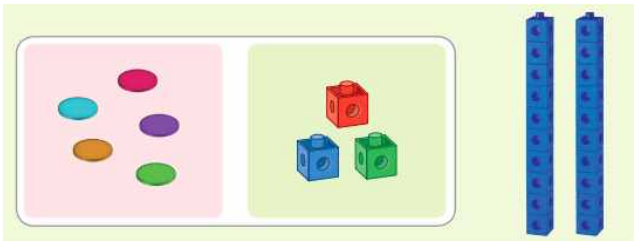
앞으로 세기 →	• 수의 **순서대로 이름을 말하며 세는 방법**이다. 복숭아를 하나(일)부터 시작해서 순서대로 둘(이), 셋(삼).....으로 읽어 나가는 것이다. • 이는 이어 세기와도 관련이 있는데 바구니에 담겨 있는 자두 4개에서 6개를 이어서 셀 때 이미 센 4개의 자두에 6개의 자두를 이어 세면 전체 개수를 셀 수 있다. 시작하는 수(4)와 세어야 하는 수(6)를 인식하고 세는 활동은 덧셈의 발달에 있어서 핵심적인 전략이 된다.
거꾸로 세기 →	• 거꾸로 세기는 **시작하는 수를 인식하고, 앞의 수를 알고** 있어야 한다. 예를 들어 40부터 거꾸로 세기를 하기 위해서는 시작하는 수인 '40'을 알고, 앞의 수가 '39'라는 것도 알고 있어야 한다. • 앞에 오는 수와 뒤에 오는 수를 인식하며 수 감각을 키울 수 있다. 이러한 수 감각은 추후 뺄셈의 발달에 있어서 핵심적인 전략이 된다. 카운트다운과 같이 일상생활이나 놀이에서 거꾸로 세기를 활용하거나 1만큼 더 작은 수를 지도할 때 관련 경험을 가질 수 있도록 한다.
뛰어 세기 →	• **수 배열표**를 이용하여 20보다 10만큼 더 큰 수가 얼마인지 뛰어 세기로 찾을 수 있으며, 같은 방법으로 2씩, 5씩 뛰어 세어 값을 찾을 수 있다. 이에 따라 수 배열표에 나타나 있지 않은 수를 추론할 수 있고, 이는 추후 곱셈과 나눗셈의 발달에 핵심적인 전략이 된다. • 1학년 1학기 수준에서 뛰어 세기라는 용어를 도입하지는 않지만, 학생들은 수 배열표에 없는 수를 추론하는 과정에서 자연스럽게 뛰어 세기를 활용할 수 있다

질의응답(Q&A)

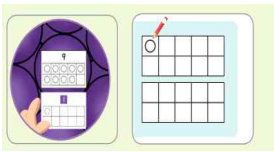
Q2 자릿값에 대한 이해에 도움을 줄 수 있는 자료에는 무엇이 있나요?

A2 두 자리 수를 학습할 때 활용하는 자료로는 **비묶음 자료와 묶음 자료**가 있습니다. 자릿값 이해를 위한 모델에는 **비례적 모델, 비비례적 모델**이 있으며 **십 배열판**을 활용할 수 있습니다. 학생들의 발달 단계를 고려하여 1학년 1학기에는 비례적 모델을 주로 활용합니다.

비묶음 자료와 묶음 자료 →	• 비묶음 자료란 **수 세기 칩, 바둑돌, 연결 모형 등 묶여 있지 않은 상태의 자료**를 말한다. 이러한 비묶음 자료가 하나의 컵에 담겨서 모여져 있거나 연결되어 있으면 묶음 자료가 된다. 비묶음자료를 세어 보고 다양한 형태(10개씩 묶음 1개와 낱개 2개, 낱개 12개 등)로 나타내는 경험은대상의 속성과 종류, 나열된 방법이 다르더라도 개수는 같음을 이해하게 하며, 수 개념을 추상화할 수 있도록 돕는다. 그뿐만 아니라 10개씩 묶음과 낱개로 나타내는 경험은 수를 추론하는 데 도움을 주며, 수 세기의 편리성을 느낄 수 있도록 한다
비례적 모델 →	• 비례적 모델에서 **10에 해당하는 것의 크기는 1에 해당하는 물건의 10배 크기**이다. 비례적 모델에는 바둑돌, 수 모형, 연결 모형 등이 있다. 비례적 모델은 수의 차이(12와 21)를 직관적으로인식하는 데 도움이 되며, 21을 여러 가지 방식(10개씩 묶음 2개와 낱개 1개, 10개씩 묶음1개와 낱개 11개 등)으로 표현할 수 있어 수 감각 형성에 도움을 준다.
비비례적 모델 →	• 비비례적 모델은 **크기 간의 비례 관계가 유지되지 않는다.** 일상생활에서 사용되는 대표적인비비례적 모델은 돈이다. 10원짜리 동전 10개는 100원짜리 동전 1개와 값은 같지만 그 크기는 서로 다르다. 비비례적 모델은 크기와 관련이 없기 때문에 모델 사이의 관계를 이해하는 데 많은 시간이 걸린다. 비비례적 모델은 1학년 1학기에서 다루지 않지만 큰 수를 나타내는 데 효율적이며 자릿값 개념을 개발하는 데 중요한 역할을 한다.
십 배열판 →	• 십 배열판은 효율적인 수 세기, 양에 대한 빠른 인식에 도움을 주며, 십 배열판에서 수를 다양하게 표현하면서 수 감각을 키울 수 있다. 또한 묶음을 인식하는 데 도움을 주는 등 **자릿값을 이해**하는 데 있어 가장 효과적인 모델 중 하나로써 추후 연산 개념을 이해하는 데 도움을 준다



▲ 비묶음 자료 묶음 자료



▲ 십 배열판

질의응답(Q&A)

Q2 **두 자리 수를 처음 학습할 때 중요하게 다루어야 할 학습 내용에는 어떤 것들이 있나요?**

A2 두 자리 수의 학습에서는 **위치적 기수법**에 대한 이해가 중요합니다. 이를 위해 1학년에서는 **10개씩 묶음과 낱개의 개수**로 두 자리 수를 이해할 수 있도록 지도합니다.

• 하나씩 세어서 '십몇'을 읽을 수 있다

예 - 학생들은 살구 '17개'를 셀 때 10개씩 묶음 1개와 낱개 7개로 나누지 않아도 하나씩 세어 가며 17개를 셀 수 있다.

↓

• 10개씩 묶음과 낱개로 나타낼 수 있다.

예 - 낱개 13개는 10개씩 묶음 1개와 낱개 3개와 같음을 알 수 있다. 십몇을 10개씩 묶음과 낱개로 나타내며 십의 자리 숫자가 1인 다른 수를 세고 읽고 쓰는 방법을 추론할 수 있다.

• 10은 '10개씩 묶음'이 1개라는 것을 알고, 20, 30, 40을 추론할 수 있다.

예 - 십의 자리 수가 '10개씩 묶음'의 개수임을 알 수 있고 10개씩 묶음이 2개, 3개, 4개가 되면 값이 20, 30, 40이 된다는 것을 알 수 있다. 예를 들어 구명조끼 40개는 10개씩 묶음 4개이고, 40에서 '4'는 10개씩 묶음의 개수임을 알 수 있다.

↓

• 10개씩 묶음과 낱개의 개수로 '몇십몇'을 이해할 수 있다.

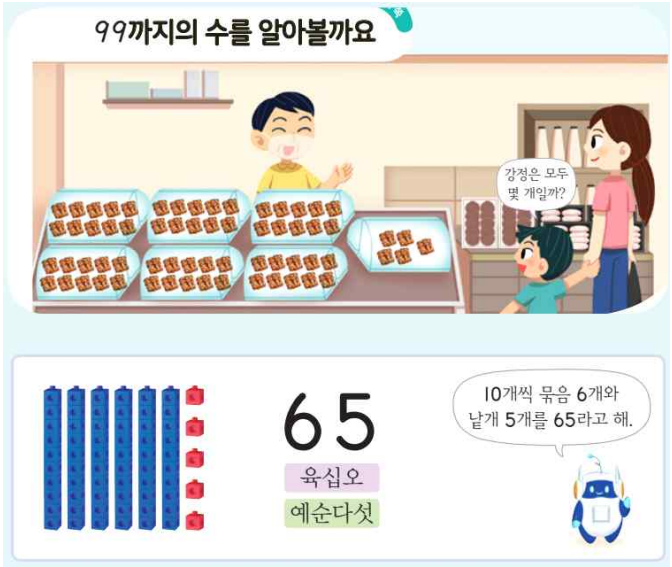
예 - '몇십몇'에서 십의 자리 수는 10개씩 묶음의 개수를 나타내고, 일의 자리 수는 낱개의 개수를 나타냄을 알 수 있다. 예를 들어 바지 32개에서 '3'은 10개씩 묶음 3개를 '2'는 낱개 2개를 나타내는 것임을 알 수 있다

질의응답(Q&A)

Q1 **50보다 큰 두 자리 수는 어떻게 지도할까요?**

A1 1학년 1학기에서 50까지의 수를 어떻게 세었는지 생각해 보고, 10개씩 묶어 세기를 통해 10개씩 묶음과 낱개로 나타냄으로써 두 자리 수의 구조와 구성 원리를 이해하도록 지도합니다.

- 두 자리 수를 학습하려면 '**10이 되면 묶는다'는 십진법의 원리**를 알아야 한다. 십진법의 원리를 이해하려면 **10개씩 묶어 보는 활동**이 중요하다. 묶어서 세면 쉽고 편리하게 셀 수 있다는 것을 인식시키기 위하여 흩어져 있는 대상을 10개씩 묶어 10개씩 묶음과 낱개로 표현해 보도록 한다. 예를 들면 **65의 경우 10개씩 묶음이 6개, 낱개가 5개인 수라는 방식으로 지도한다.**



질의응답(Q&A)

Q2 **두 수의 크기를 비교하여 부등호로 나타내는 것을 어떻게 지도할까요?**

A2 초등학교에서 처음으로 부등호를 도입하므로 부등호의 방향이 두 수 중 큰 수 쪽으로 벌어진다는 것을 명확하게 인지하도록 지도합니다.

- 두 수의 크기를 비교하여 처음으로 부등호로 나타내므로 **부등호가 벌어진 쪽으로 큰 수가 온다는 것**을 확실하게 인지하도록 지도한다. 두 수의 크기 비교를 말로 표현한 것을 부등호로 나타내 보고, 거꾸로 부등호로 나타낸 것을 말로 표현해 봄으로써 부등호에 익숙해지도록 한다.